

ЕДИННЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН



Под редакцией И.В. ЯЩЕНКО

МАТЕМАТИКА

БОЛЬШОЙ СБОРНИК ТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ

для подготовки
к единому
ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ

ПРОФИЛЬНЫЙ
УРОВЕНЬ



EGЭ – ШКОЛЬНИКАМ
И УЧИТЕЛЯМ

100
БАЛЛОВ

МАТЕМАТИКА

БОЛЬШОЙ СБОРНИК ТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ

**ДЛЯ ПОДГОТОВКИ
К ЕДИНОМУ
ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ**

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

Под редакцией И. В. Ященко

МОСКВА
АСТ

УДК 373:51
ББК 22.1я721
М34

В сборнике использованы задачи, предложенные:
**И.Р. Высоцким, Р.К. Гординым, В.С. Панфёровым,
М.Я. Пратусевичем, Д.А. Ростовским, А.Р. Рязановским,
П.В. Семёновым, И.Н. Сергеевым, В.А. Смирновым,
К.М. Столбовым, А.С. Трепалиным, С.А. Шестаковым,
Д.Э. Шнолём, И.В. Яценко**

**Автор-составитель
О. А. Ворончагина**

**Общая редакция
И. В. Яценко**

Математика : большой сборник тематических заданий для
М34 подготовки к единому государственному экзамену : профиль-
ный уровень / под ред. И.В. Яценко. — Москва: АСТ, 2018. —
159, [1] с. — (ЕГЭ. Большой сборник тематических заданий).

ISBN 978-5-17-103152-7

Внимание выпускников и учителей предлагается новое учебное пособие, которое поможет успешно подготовиться к единому государственному экзамену по математике.

Сборник содержит задания, подобранные по разделам и темам, проверяемым на едином государственном экзамене по математике профильного уровня, и включает задания разных типов и уровней сложности. В конце книги даны ответы, которые помогут в осуществлении контроля и оценки знаний, умений и навыков.

Предлагаемые тематические задания помогут учителю организовать подготовку к единому государственному экзамену по математике профильного уровня, а учащимся — самостоятельно проверить свои знания и готовность к сдаче выпускного экзамена.

УДК 373:51
ББК 22.1я721

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
Часть 1. Задания с кратким ответом	
Числа и вычисления	7
Степени и корни	7
Тригонометрические выражения.	8
Логарифмы	10
Задачи с практическим содержанием	12
Графическое представление данных	12
Практические расчёты	25
Вычисление по формулам	30
Вероятность.	39
Уравнения	44
Простейшие уравнения с одной переменной	44
Решение текстовых задач с помощью уравнений.	47
Функции и графики	53
Чтение графиков, простейшие свойства функций	53
Элементы математического анализа	60
Геометрия	71
Простые задачи по геометрии на плоскости.	71
Простые задачи по стереометрии	84
Часть 2. Задания с развёрнутым ответом	
Уравнения	95
Тригонометрические уравнения	95
Показательные и логарифмические уравнения	100
Стереометрия	103
Стереометрия	103
Неравенства	110
Дробно-рациональные неравенства.	110
Показательные и логарифмические неравенства	112
Планиметрия	116
Планиметрия	116
Исследование уравнений и неравенств (задачи с параметром)	123
Практико-ориентированные задачи с экономическим содержанием	128
Нестандартные задачи.	137
Ответы	145

Предисловие

Уважаемые учителя, школьники и родители!

В серии пособий по подготовке к итоговой аттестации издательство АСТ предлагает тематический сборник задач из открытого банка профильного ЕГЭ. Известно, что подготовка к экзаменам — процесс сложный, требующий многообразия форм работы.

В настоящем сборнике задания сгруппированы в крупные тематические разделы, а внутри разделов — в группы, объединенные общим сюжетом или содержанием. Такая структура позволяет компоновать в неограниченном количестве индивидуальные карточки и варианты диагностических работ, организовать повторение в классе и домашнюю работу школьников.

При составлении сборника использовались аналоги заданий, встречавшихся на экзаменах в прошлые годы, а также задания, которые, по мнению авторов, могут встретиться в экзаменационных вариантах 2018 года.

В связи с возможными изменениями в заданиях рекомендуем в процессе подготовки к экзамену обращаться к материалам сайта официального разработчика экзаменационных заданий — Федерального института педагогических измерений: www.fipi.ru.

Надеемся, что многообразие пособий, выходящих в нашем издательстве, позволит учителю наилучшим образом организовать подготовку к итоговой аттестации.

Часть 1.
ЗАДАНИЯ С КРАТКИМ ОТВЕТОМ

ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ

Степени и корни

1 Найдите значение выражения $(\sqrt{15} - \sqrt{8}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{8})$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{1,5} \cdot \sqrt{1,8}}{\sqrt{0,3}}$.

Ответ: _____.

3 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{2}}$.

Ответ: _____.

4 Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{17})^2}{12 + \sqrt{119}}$.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $25^6 \cdot 4^{11} : 100^6$.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $(125^3)^2 : (5^2)^8$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $2,5^{\frac{1}{9}} \cdot 2^{\frac{2}{9}} \cdot 10^{\frac{8}{9}}$.

Ответ: _____.

8 Найдите значение выражения $7^{0,62} \cdot 49^{0,69}$.

Ответ: _____.

9 Найдите значение выражения $\frac{64^{1,6}}{8^{1,2}}$.

Ответ: _____.

10 Найдите значение выражения $\frac{4^{4,5} \cdot 5^{3,5}}{20^{2,5}}$.

Ответ: _____.

11 Найдите значение выражения $4^{\sqrt{7}+7} \cdot 4^{-3-\sqrt{7}}$.

Ответ: _____.

12 Найдите значение выражения $\frac{4^{\sqrt{11}} \cdot 2^{\sqrt{11}}}{8^{\sqrt{11}-3}}$.

Ответ: _____.

13 Найдите значение выражения $\left(\frac{5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{5}}\right)^3$.

Ответ: _____.

14 Найдите значение выражения $\frac{\left(9^{\frac{4}{7}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{36^{12}}$.

Ответ: _____.

Тригонометрические выражения

1 Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Ответ: _____.

2 Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

3 Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{91}}{10}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

4 Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $-32\sqrt{2}\sin 945^\circ$.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения: $4\sin 120^\circ \cdot \cos 150^\circ$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\frac{18}{\sin\left(-\frac{23\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{25\pi}{6}\right)}$.

Ответ: _____.

8 Найдите значение выражения $\frac{46\sin 152^\circ \cdot \cos 152^\circ}{\sin 304^\circ}$.

Ответ: _____.

9 Найдите значение выражения $\frac{32\sin 55^\circ \cdot \cos 55^\circ}{\sin 110^\circ}$.

Ответ: _____.

10 Найдите значение выражения $\frac{28\sin 73^\circ \cdot \cos 73^\circ}{\sin 146^\circ}$.

Ответ: _____.

11 Найдите значение выражения $4\sin \frac{11\pi}{12} \cdot \cos \frac{11\pi}{12}$.

Ответ: _____.

12 Найдите $30\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,4$.

Ответ: _____.

13 Найдите $-13\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,1$.

Ответ: _____.

14 Найдите значение выражения $\frac{13(\sin^2 42^\circ - \cos^2 42^\circ)}{\cos 84^\circ}$.

Ответ: _____.

15 Найдите значение выражения $\frac{15(\sin^2 37^\circ - \cos^2 37^\circ)}{\cos 74^\circ}$.

Ответ: _____.

Логарифмы

1 Найдите значение выражения $9^{2+\log_9 2}$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $6^{2+\log_6 13}$.

Ответ: _____.

3 Найдите значение выражения $4^{2+\log_4 9}$.

Ответ: _____.

4 Найдите значение выражения $\frac{60}{6^{\log_6 5}}$.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $6\log_8 \sqrt[3]{8}$.

Ответ: _____.

6 Вычислите значение выражения $5^{\log_5 2} + 36^{\log_6 \sqrt{19}}$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $3 \log_7 \sqrt[3]{7}$.

Ответ: _____.

8 Найдите значение выражения $\log_{\sqrt[7]{15}} 15$.

Ответ: _____.

9 Найдите значение выражения $\log_5 135 - \log_5 5,4$.

Ответ: _____.

10 Найдите значение выражения $\log_{0,4} 5 - \log_{0,4} 2$.

Ответ: _____.

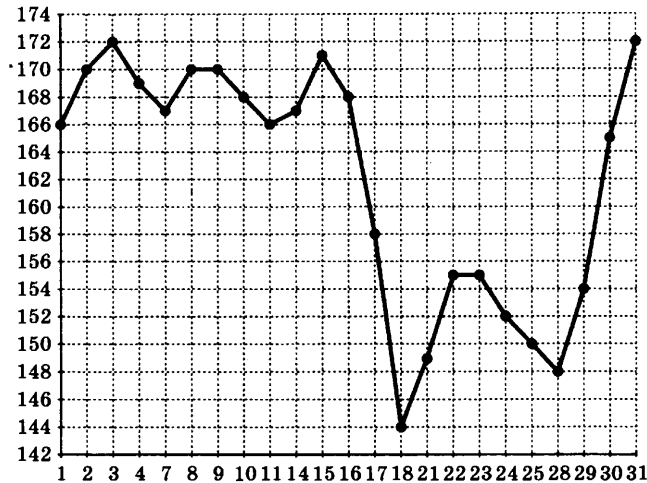
11 Найдите значение выражения $\log_{14} 294 - \log_{14} 1,5$.

Ответ: _____.

ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

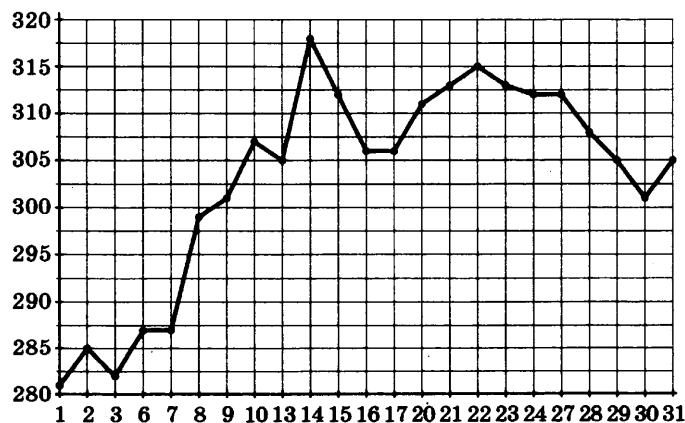
Графическое представление данных

- 1 На рисунке жирными точками показана цена палладия, установленная Центробанком РФ, во все рабочие дни в октябре 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена палладия в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену палладия за указанный период. Ответ дайте в рублях за грамм.



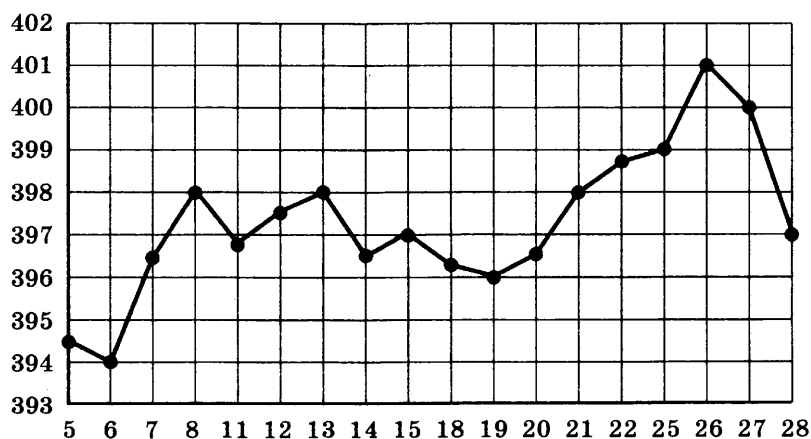
Ответ: _____.

- 2 На рисунке жирными точками показана цена палладия, установленная Центробанком РФ, во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена палладия в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена палладия была максимальной за данный период.



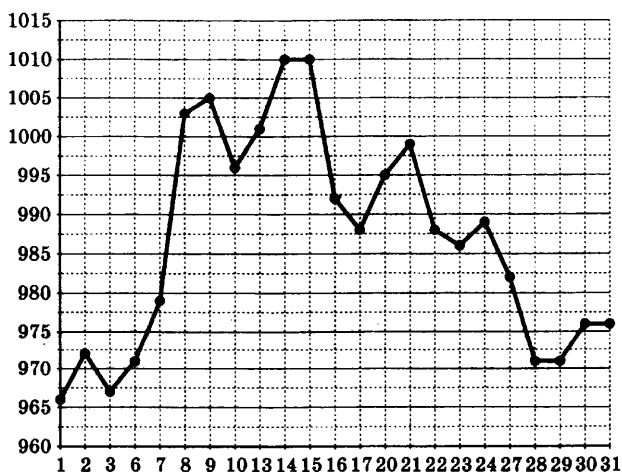
Ответ: _____.

3 На рисунке жирными точками показана цена унции золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).



Ответ: _____.

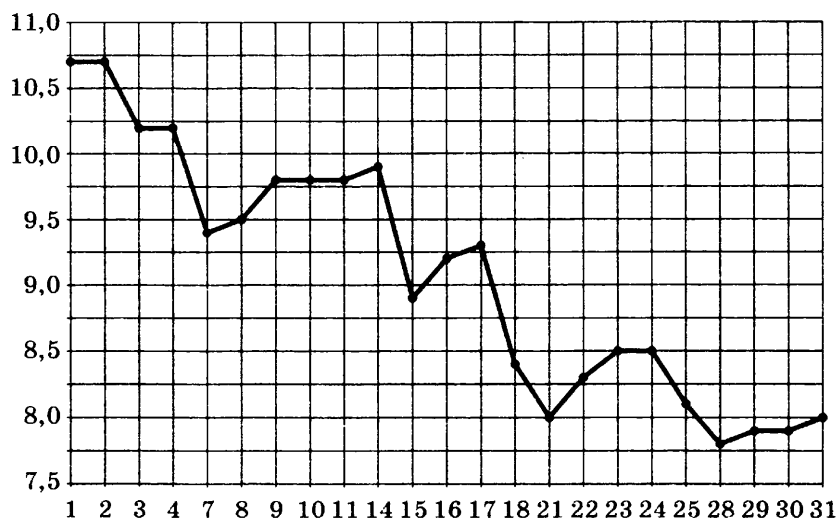
4 На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ, во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену золота за указанный период. Ответ дайте в рублях за грамм.



Ответ: _____.

5

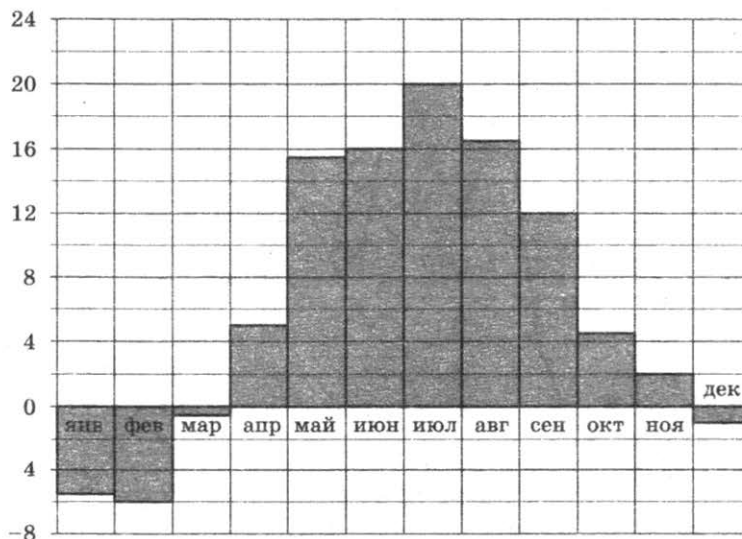
На рисунке жирными точками показана цена серебра, установленная Центробанком РФ, во все рабочие дни в октябре 2008 г. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена серебра в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена серебра была между 9 и 10 руб. за грамм.



Ответ: _____

6

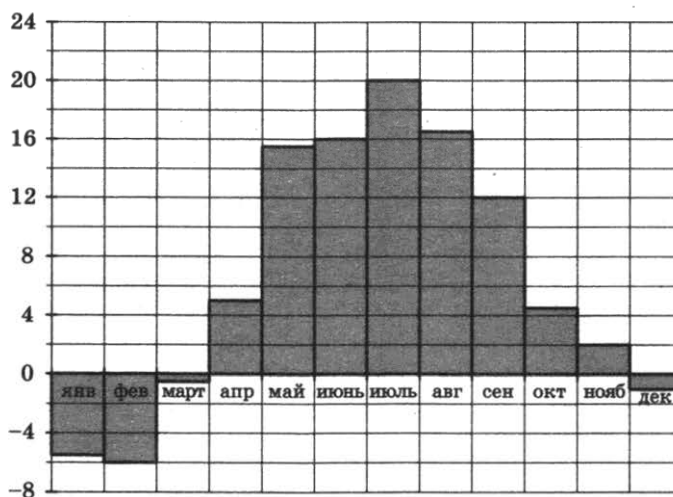
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько в 2003 году было месяцев, когда среднемесячная температура была положительной.



Ответ: _____

7

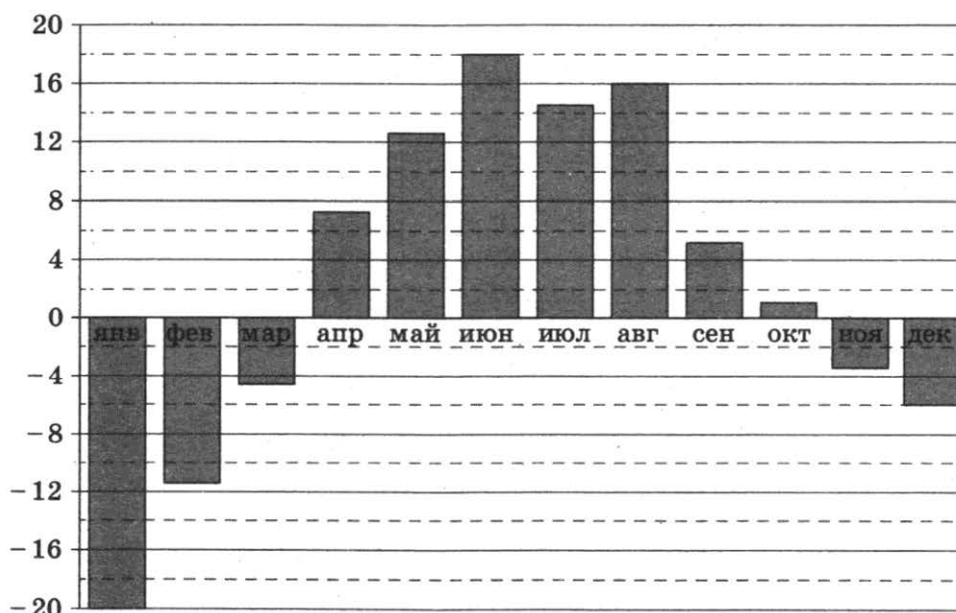
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с сентября по декабрь 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

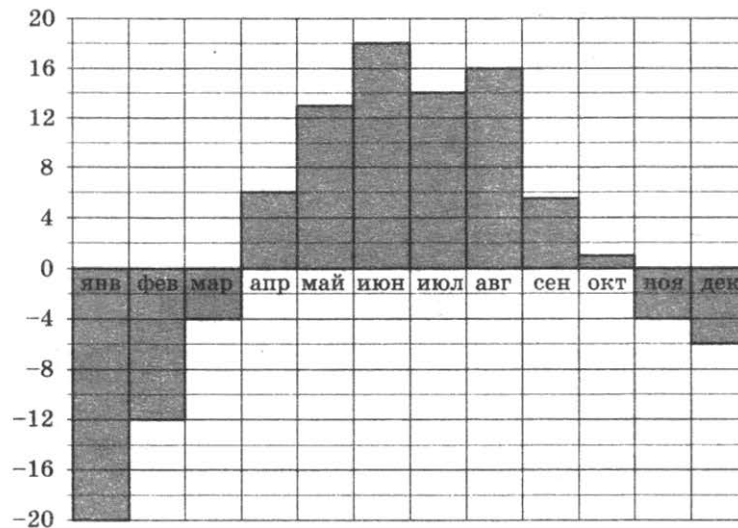
8

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме, сколько месяцев среднемесячная температура не превышала 2 градуса Цельсия.



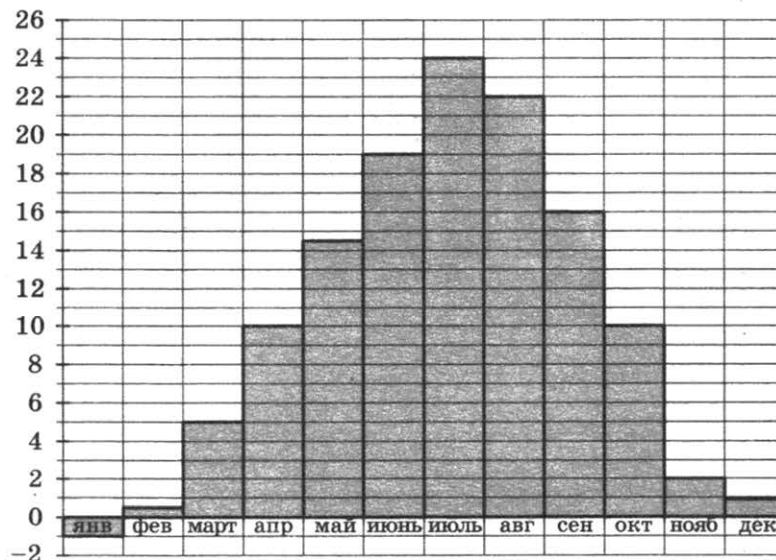
Ответ: _____.

- 9** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой.



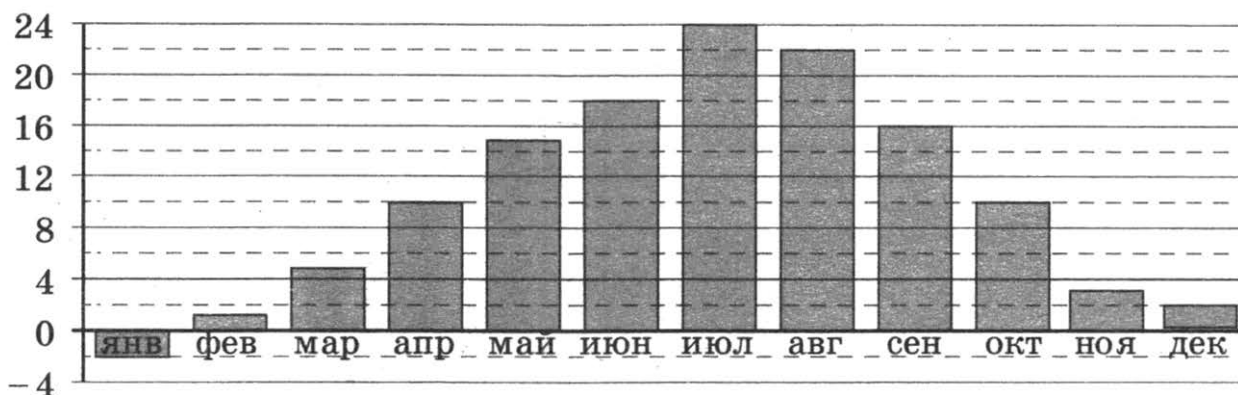
Ответ: _____.

- 10** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 1988 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



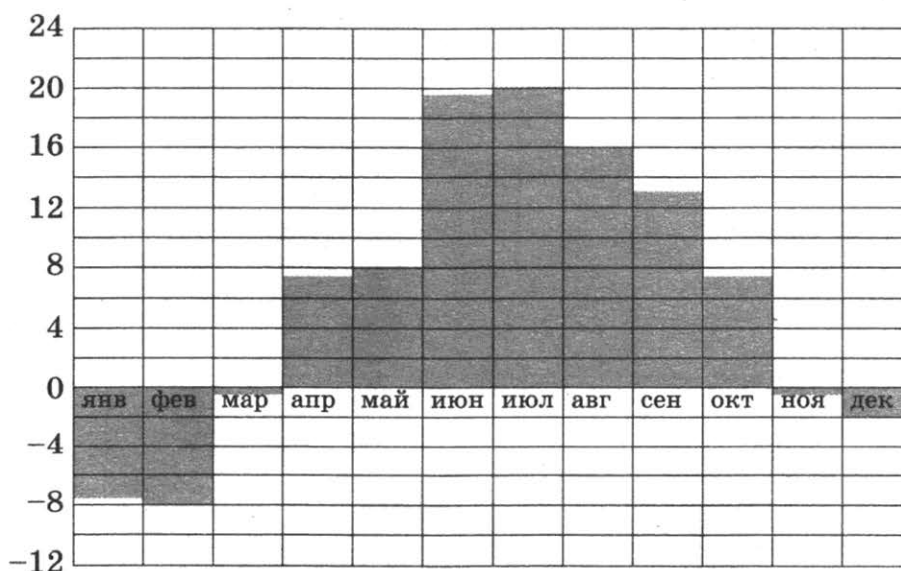
Ответ: _____.

- 11** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме наибольшую среднемесячную температуру. Ответ дайте в градусах Цельсия.



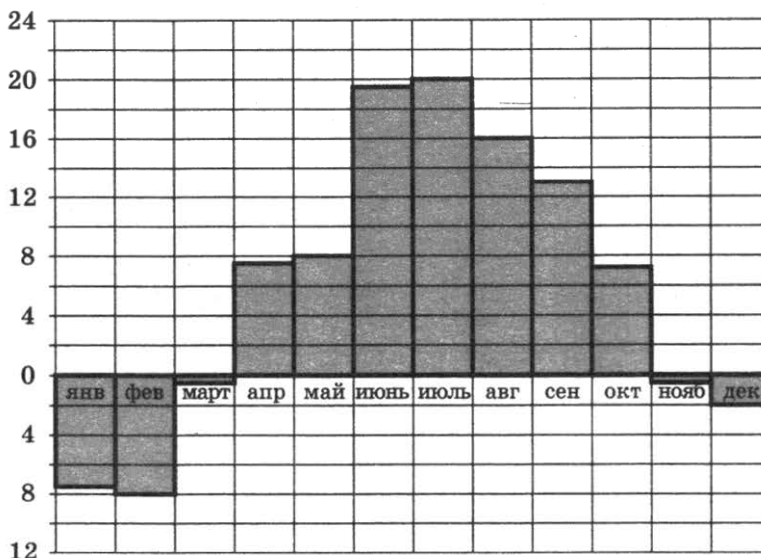
Ответ: _____.

- 12** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами. Ответ дайте в градусах Цельсия.



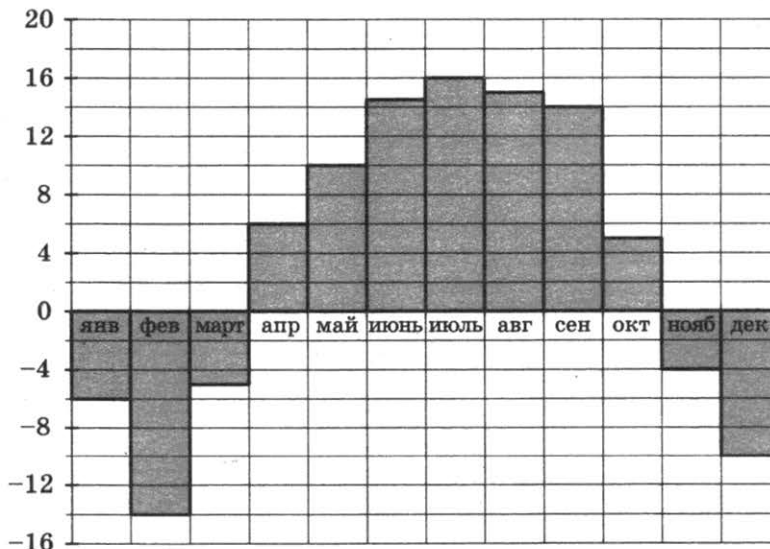
Ответ: _____.

- 13** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько в 1999 году было месяцев, когда среднемесячная температура не превышала 4 градуса Цельсия.



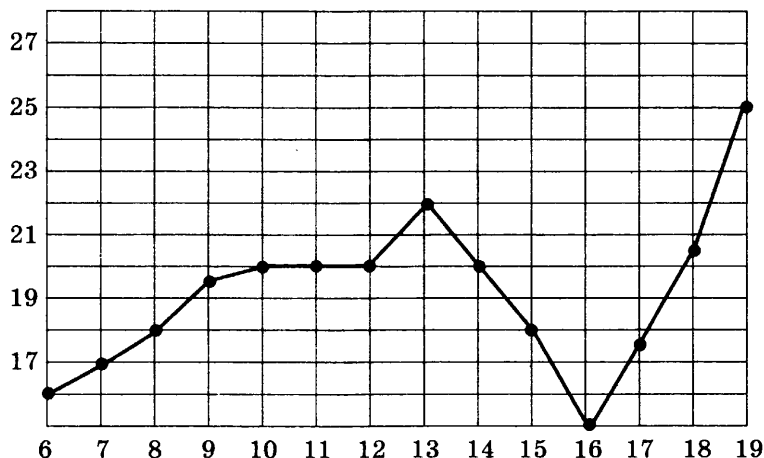
Ответ: _____.

- 14** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



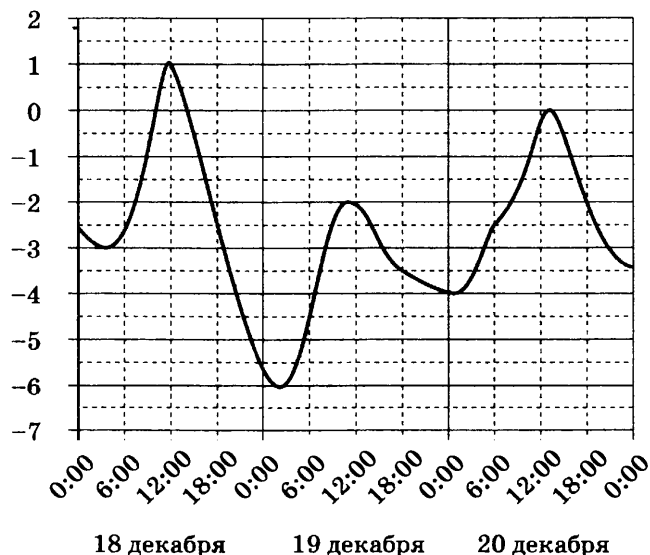
Ответ: _____.

- 15** На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте за каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднесуточными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



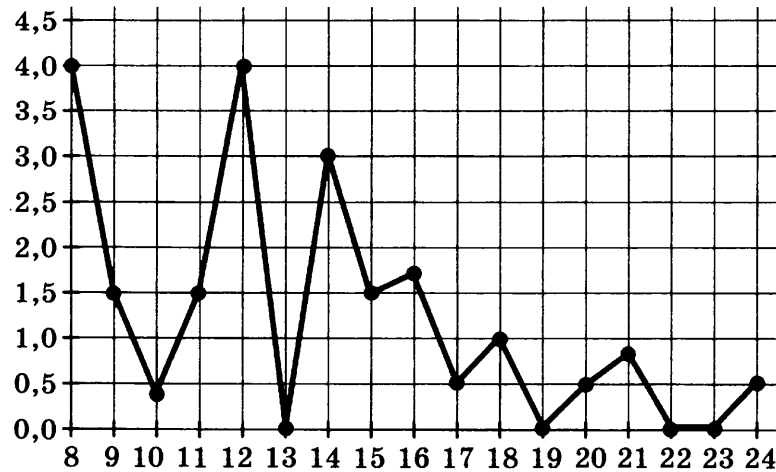
Ответ: _____.

- 16** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указываются дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 19 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

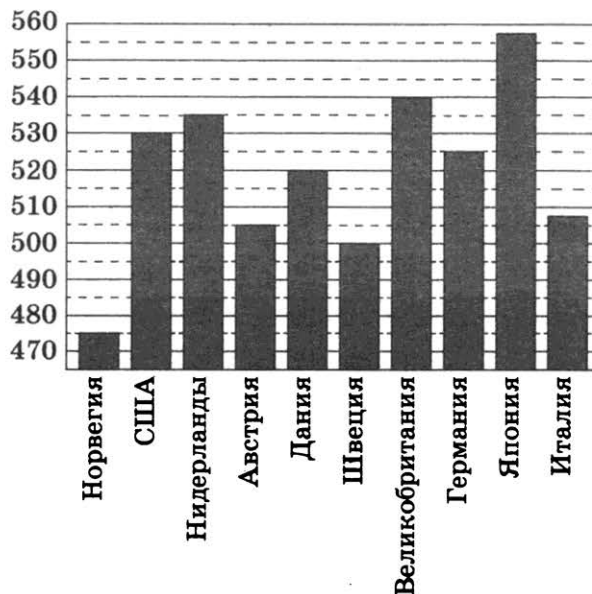
- 17** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа в Томске впервые выпало ровно 0,5 миллиметра осадков?



Ответ: _____.

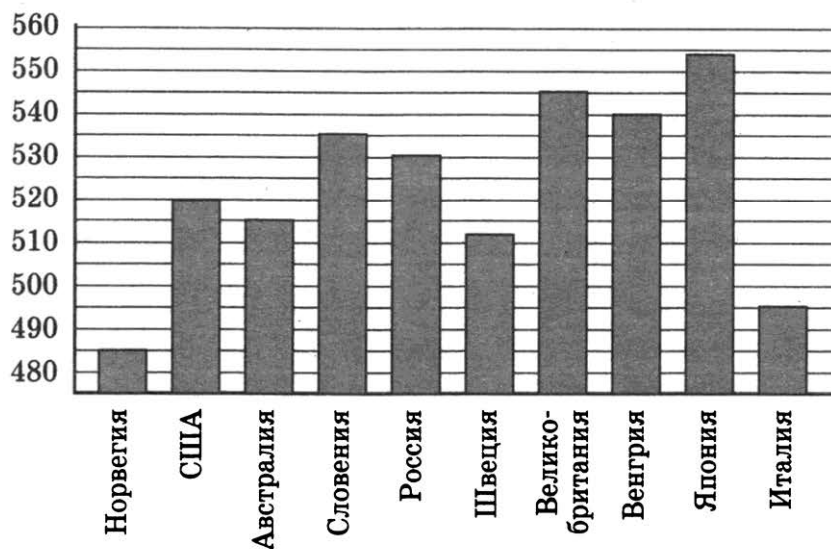
- 18** На диаграмме показан средний балл участников из 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).

По данным диаграммы найдите, в скольких из перечисленных стран средний балл заключён между 495 и 515.



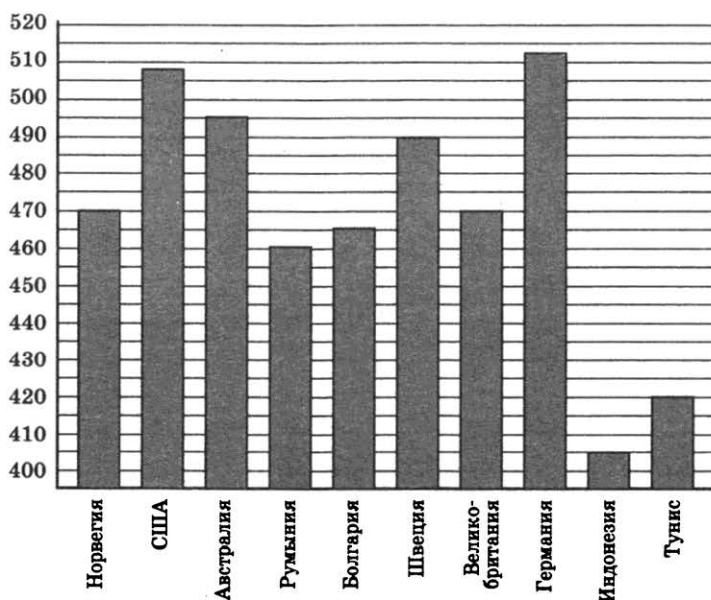
Ответ: _____.

- 19** На диаграмме показан средний балл участников из 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по естествознанию в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди указанных стран первое место принадлежит Японии. Определите, какое место занимает Словения.



Ответ: _____.

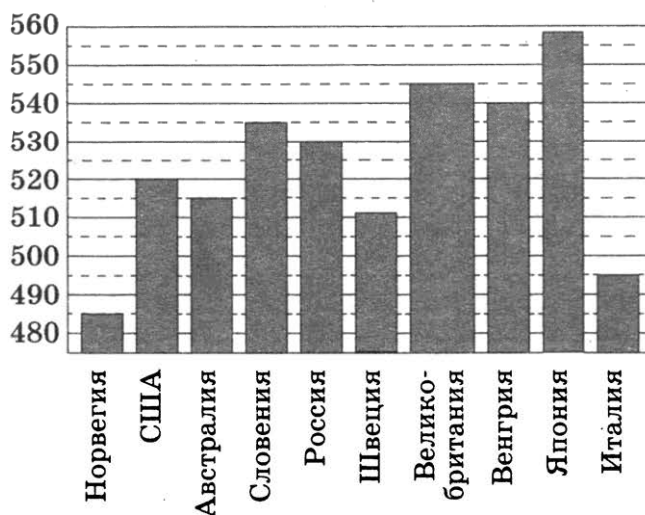
- 20** На диаграмме показан средний балл участников из 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди указанных стран второе место принадлежит США. Определите, какое место занимает Швеция.



Ответ: _____.

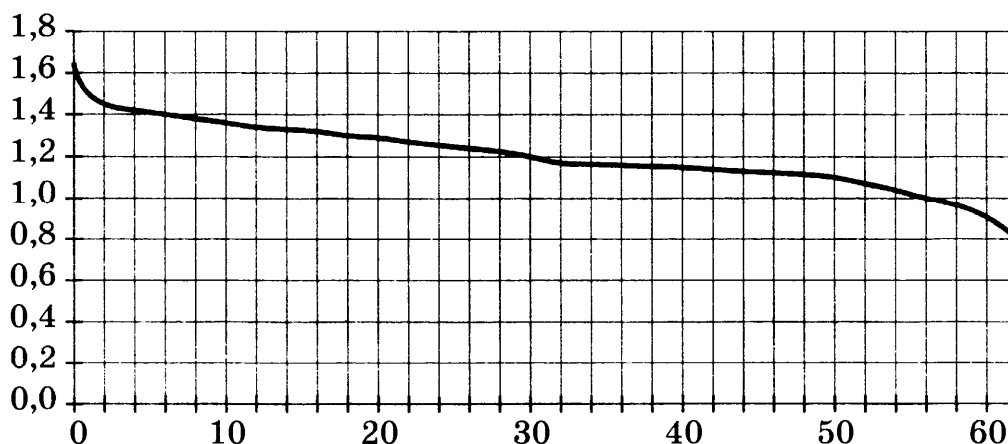
21 На диаграмме показан средний балл участников из 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по естествознанию в 2007 г. (по 1000-балльной шкале).

По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл участников не меньше чем 515.



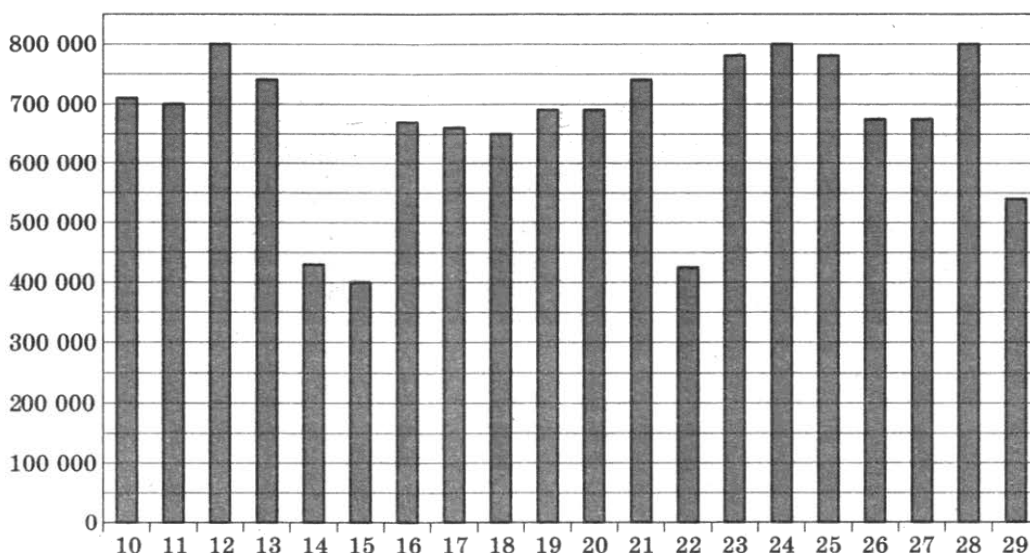
Ответ: _____.

22 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, через сколько часов работы фонарика напряжение уменьшится до 1,2 вольт.



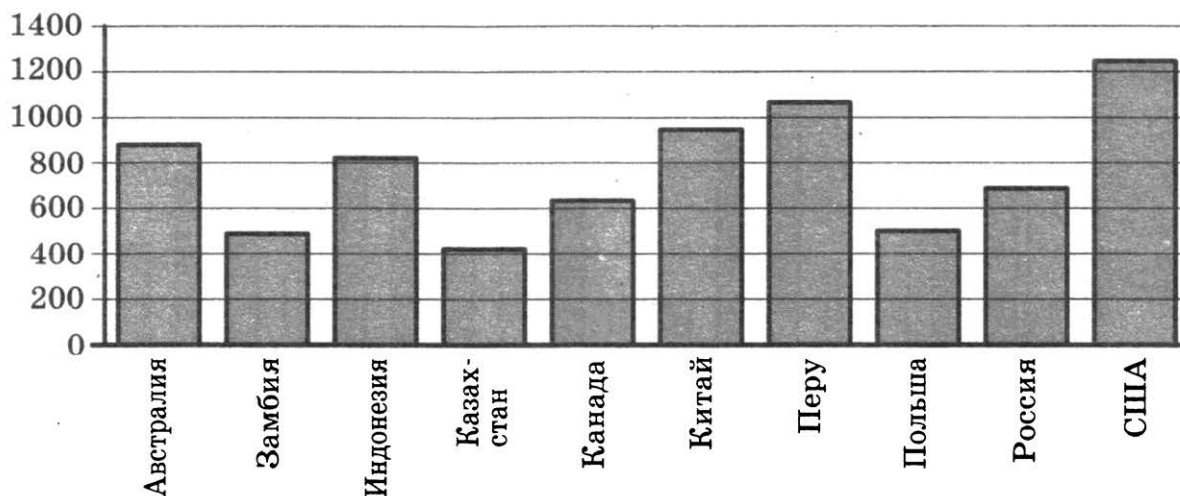
Ответ: _____.

- 23** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа количество посетителей сайта РИА Новости впервые приняло наибольшее значение.



Ответ: _____ .

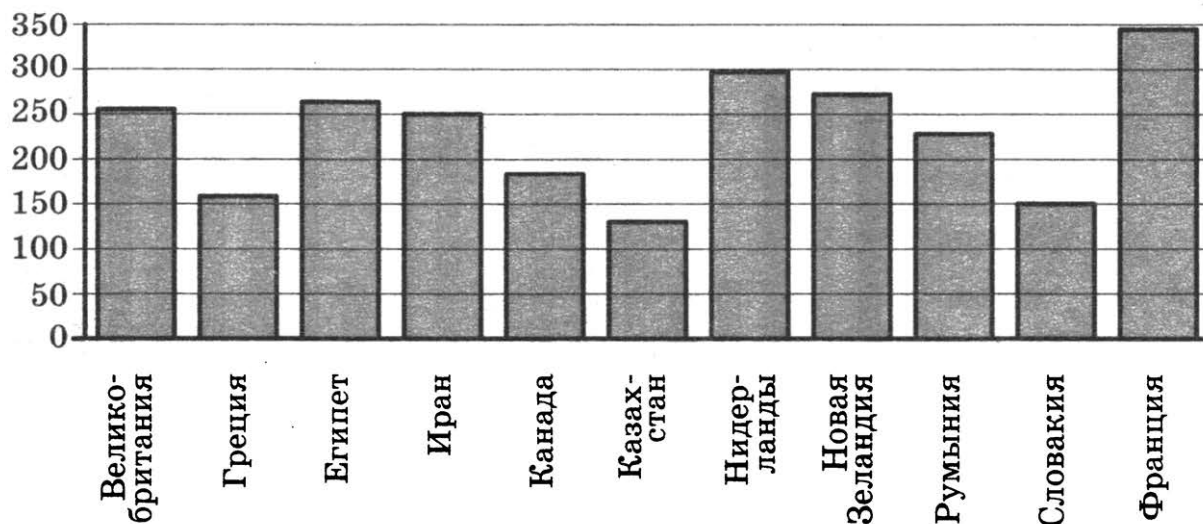
- 24** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимал Китай?



Ответ: _____ .

25

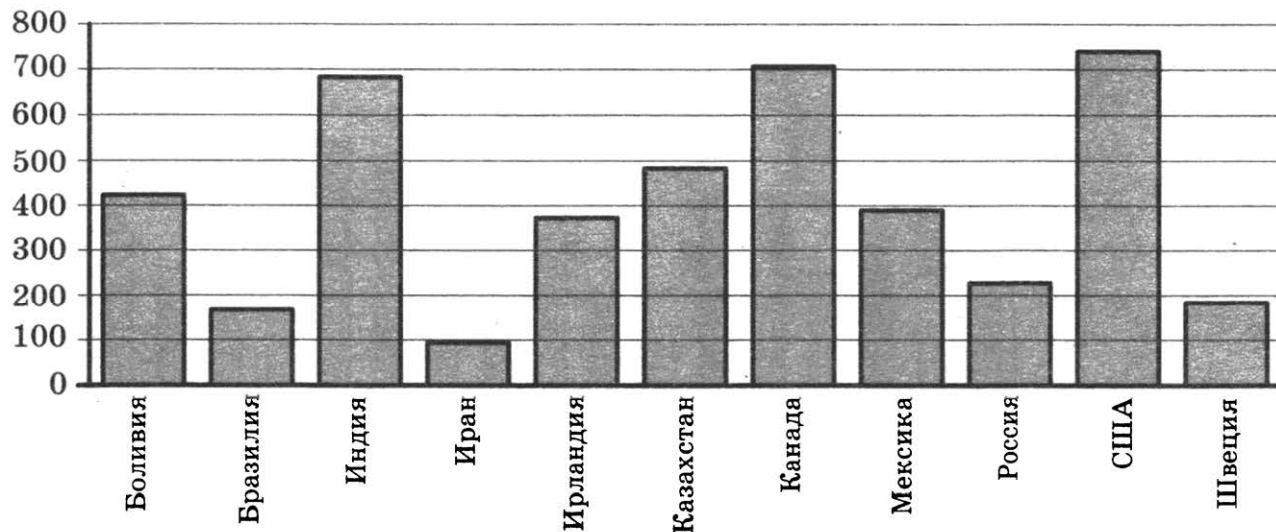
На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке алюминия занимала Франция, одиннадцатое место — Казахстан. Какое место занимала Словакия?



Ответ: _____ .

26

На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке цинка занимали США, одиннадцатое место — Иран. Какое место занимала Ирландия?



Ответ: _____ .

Практические расчёты

1 Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 6% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,2 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 8 кг в течение суток?

Ответ: _____ .

2 Одна таблетка лекарства весит 30 мг и содержит 14% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,4 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 6 кг в течение суток?

Ответ: _____ .

3 В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 20% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 4200 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

Ответ: _____ .

4 Теплоход рассчитан на 650 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

Ответ: _____ .

5 Теплоход рассчитан на 950 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

Ответ: _____ .

6 В школе есть трёхместные туристические байдарки. Какое наименьшее число байдарок нужно взять в поход, в котором участвуют 25 человек?

Ответ: _____ .

7 В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 196 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 7 дней?

Ответ: _____ .

8 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3900 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1200 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 900 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: _____ .

9 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2400 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: _____ .

10 В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 января составляли 128 куб. м воды, а 1 февраля — 133 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за январь, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 9 руб. 40 коп.? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____ .

11 1 киловатт-час электроэнергии стоит 2 рубля 40 копеек. Счётчик электроэнергии 1 ноября показывал 26 192 киловатт-часа, а 1 декабря показывал 26 369 киловатт-часов. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за ноябрь?

Ответ: _____ .

12 Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 510 рублей, а стоимость одного номера журнала — 27 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

Ответ: _____ .

13 Стоимость проездного билета на месяц составляет 207 рублей, а стоимость билета на одну поездку — 21 рубль. Аня купила проездной и сделала за месяц 37 поездок. На сколько рублей больше она бы потратила, если бы покупала билеты на одну поездку?

Ответ: _____ .

14 Стоимость проездного билета на месяц составляет 207 рублей, а стоимость билета на одну поездку — 19 рублей. Аня купила проездной и сделала за месяц 35 поездок. На сколько рублей больше она бы потратила, если бы покупала билеты на одну поездку?

Ответ: _____ .

15 Железнодорожный билет для взрослого стоит 820 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 20 школьников и 2 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

Ответ: _____ .

16 Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 240 рублей в воскресенье?

Ответ: _____ .

17 Цена на товар была повышена на 16% и составила 348 рублей. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?

Ответ: _____ .

18 При оплате услуг через платёжный терминал взимается комиссия 2%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Месячная плата за интернет составляет 950 рублей. Какую минимальную сумму нужно положить в приёмное устройство терминала, чтобы на счету фирмы, предоставляющей интернет-услуги, оказалась сумма, не меньшая 950 рублей?

Ответ: _____ .

19 На счету Дашиного мобильного телефона было 73 рубля, а после разговора с Игорем осталось 37 рублей. Сколько минут длился разговор с Игорем, если одна минута разговора стоит 3 рубля?

Ответ: _____ .

20 По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый день снимает со счёта абонента 12 руб. Если на счету осталось не больше 12 руб., то на следующий день номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня Лиза положила на свой счёт 300 руб. Сколько дней (включая сегодняшней) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?

Ответ: _____ .

21 На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 32 литра бензина по цене 27 рублей 50 копеек за литр. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

Ответ: _____ .

22 На бензоколонке один литр бензина стоит 35 рублей 60 копеек. Водитель залил в бак 25 литров бензина и взял бутылку воды за 29 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

Ответ: _____ .

23 Диагональ экрана телевизора равна 21 дюйму. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Ответ: _____ .

24 Для покраски потолка требуется 250 г краски на 1 м^2 . Краска продаётся в банках по 1,5 кг. Сколько банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 51 м^2 ?

Ответ: _____ .

25 Для покраски потолка требуется 200 г краски на 1 м^2 . Краска продаётся в банках по 2 кг. Сколько банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 64 м^2 ?

Ответ: _____ .

26 Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 14 граммов лимонной кислоты. Лимонная кислота продаётся в пакетиках по 10 граммов. Какое наименьшее число пакетиков нужно купить хозяйке для приготовления 4 литров маринада?

Ответ: _____ .

27 Для приготовления яблочного варенья на 1 кг яблок нужно 1,2 кг сахара. Какое наименьшее количество килограммовых упаковок сахара нужно, чтобы сварить варенье из 18 кг яблок?

Ответ: _____ .

28 Поезд Мурманск — Санкт-Петербург отправляется в 9:16 (время московское), а прибывает в 12:16 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ: _____ .

29 Поезд Санкт-Петербург—Нижний Новгород отправляется в 17:30 (время московское), а прибывает в 8:30 следующего дня (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ: _____ .

30 Только 83% из 27 500 выпускников города правильно решили задачу В1. Сколько человек правильно решили задачу В1?

Ответ: _____ .

Вычисление по формулам

1 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону:

$m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 184$ мг. Период его полураспада $T = 7$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг?

Ответ: _____.

2 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону:

$m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада изотопа. В начальный момент масса изотопа $m_0 = 80$ мг. Период полураспада $T = 3$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равна 10 мг?

Ответ: _____.

3 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 313,6 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____.

4 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 323,2 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____.

5 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 294,4 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____ .

6 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 281,6 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____ .

7 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий R на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от -2 до 2 .

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Если по всем четырём показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

Ответ: _____ .

8

Независимое агентство намерено ввести рейтинг R новостных интернет-изданий на основе оценок информативности I , оперативности S , объективности T публикаций, а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 0 до 4.

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что информативность ценится вчетверо, а оперативность и объективность публикаций — втрое дороже, чем качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4I + 3S + 3T + Q}{A}$$

Если по всем четырём показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

Ответ: _____.

9

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий R на основе оценок информативности In , оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 4-балльной шкале целыми числами от 0 до 3.

Аналитик, составляющий формулу, считает, что объективность публикаций ценится вчетверо, а информативность — вдвое дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4In + Op + 2Tr}{A}$$

Каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило рейтинг 10?

Ответ: _____.

10

Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле:

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^m}, \text{ где } m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1},$$

где $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями, $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина, данная экспертами, K — число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 15, их средняя оценка равна 0,5, а оценка экспертов равна 0,26.

Ответ: _____.

11 Зависимость объёма спроса q (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 85 - 5p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит ровно 300 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Ответ: _____ .

12 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 20$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 15 до 40 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 100 до 120 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____ .

13 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 12,5$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____ .

14 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому $P = \sigma ST^4$, где P — мощность излучения звезды (в Ваттах), $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{2401} \cdot 10^{22} \text{ м}^2$, а мощность её излучения равна $5,7 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

Ответ: _____ .

15 Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 20$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м?

Ответ: _____ .

16 Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. На какой высоте следует расположиться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии 128 км? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____ .

17 Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 24 км?

Ответ: _____ .

18 Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы проехав 1 км, приобрести скорость, равную 150 км/ч. Ответ дайте в км/ч².

Ответ: _____ .

19 При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 80$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Найдите скорость ракеты, если её наблюдаемая длина равна 64 м. Ответ дайте в км/с.

Ответ: _____ .

20 Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_{\Pi} = 25^{\circ}\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_{\text{Н}} = 65^{\circ}\text{C}$ до температуры T , причём $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{Н}} - T_{\Pi}}{T - T_{\Pi}}$, где $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 42 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,3$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 117 м.

Ответ: _____ .

21 Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 2$ моля воздуха объёмом $V_1 = 10$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, а $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15 960 Дж.

Ответ: _____ .

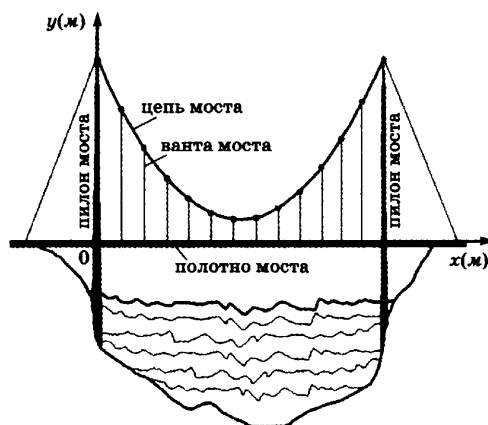
22 На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_{\text{А}} = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000$ кг/м³ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ Н/кг). Найдите радиус аппарата, если выталкивающая сила при погружении равна 5 250 000 Н? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____ .

23 На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_{\text{А}} = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000$ кг/м³ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ Н/кг). Найдите радиус аппарата, если выталкивающая сила при погружении равна 14 406 000 Н? Ответ дайте в метрах.

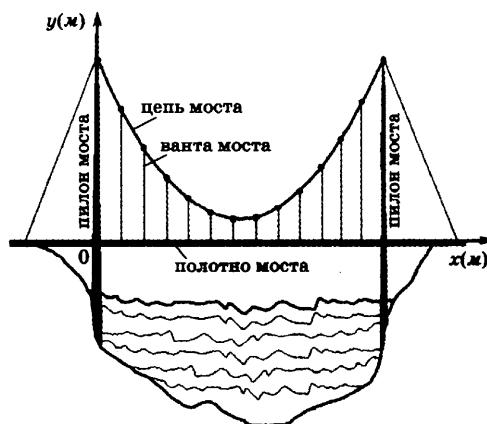
Ответ: _____ .

- 24** На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально, вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0,0025x^2 - 0,53x + 33$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 90 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



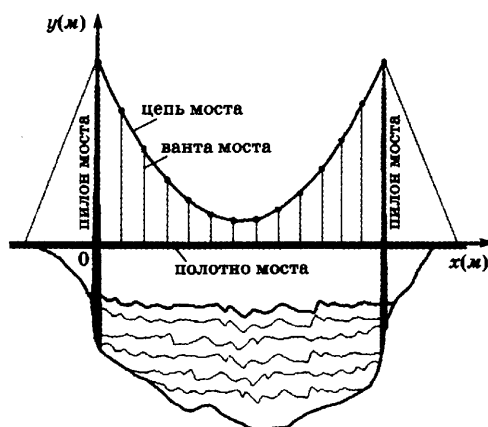
Ответ: _____ .

- 25** На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Ox направим вертикально, вдоль одного из пилонов, а ось Oy направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0,0029x^2 - 0,59x + 35$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 20 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



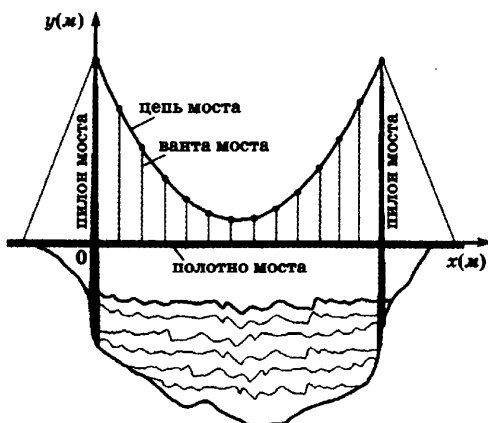
Ответ: _____ .

- 26** На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально, вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0,0061x^2 - 0,854x + 33$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 50 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



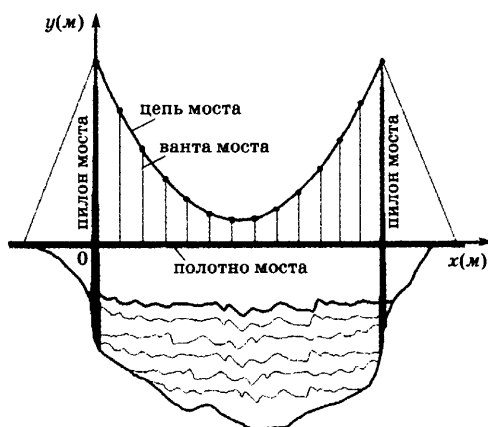
Ответ: _____.

- 27** На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально, вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0,0033x^2 - 0,65x + 37$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 40 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

- 28** На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально, вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0,0037x^2 - 0,71x + 39$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 60 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____ .

- 29** Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение в вольтах, R — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 4 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____ .

- 30** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 3 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 12$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,5$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошла 81 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____ .

Вероятность

1 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что решка выпадет все три раза.

Ответ: _____ .

2 В случайном эксперименте симметричную монету бросают 4 раза. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно 2 раза.

Ответ: _____ .

3 В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

Ответ: _____ .

4 Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпало число, большее 3.

Ответ: _____ .

5 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5 или 6.

Ответ: _____ .

6 Лена и Саша играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что Лена проиграла.

Ответ: _____ .

7 Галя дважды бросила игральный кубик. Известно, что в сумме у неё выпало 9 очков. Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 6 очков.

Ответ: _____ .

8 На фабрике керамической посуды 37% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 60% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____ .

9 В каждой двадцатой банке кофе, согласно условиям акции, есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Аля покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Аля не найдёт приз в своей банке.

Ответ: _____ .

10 Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (одним из выстрелов).

Ответ: _____ .

11 На экзамене 20 билетов, Валера не выучил 6 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____ .

12 В среднем из каждых 50 поступивших в продажу аккумуляторов 49 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.

Ответ: _____ .

13 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 36 спортсменов, среди них 3 прыгуна из Испании и 9 прыгунов из США. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что тринадцатым будет выступать прыгун из США.

Ответ: _____ .

14 В фирме такси в данный момент свободно 30 машин: 1 чёрная, 9 жёлтых и 20 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

Ответ: _____ .

15 Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Меркурий» по очереди играет с командами «Марс», «Юпитер» и «Уран». Найдите вероятность того, что во всех матчах право владеть мячом выиграет команда «Меркурий».

Ответ: _____ .

16 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда *A* должна сыграть два матча — с командой *B* и с командой *C*. Найдите вероятность того, что в обоих матчах первой мячом будет владеть команда *A*.

Ответ: _____ .

17 Два завода выпускают одинаковые автомобильные предохранители. Первый завод выпускает 40% предохранителей, второй — 60%. Первый завод выпускает 4% бракованных предохранителей, а второй — 3%. Найдите вероятность того, что случайно выбранный в магазине предохранитель окажется бракованным.

Ответ: _____ .

18 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Каждая фабрика выпускает по 50% этих стёкол. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стёкол, а вторая — 5%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____ .

19 Из множества натуральных чисел от 30 до 54 включительно наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 2?

Ответ: _____ .

20 Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания каждой из ламп в течение года равна 0,2. Найдите вероятность того, что в течение года перегорят обе лампы.

Ответ: _____ .

21 В некотором городе из 3000 появившихся на свет младенцев 1470 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе.

Ответ: _____ .

22 В классе 21 шестиклассник, среди них два друга — Митя и Петя. Класс случайным образом делят на три группы, по 7 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Митя и Петя окажутся в одной и той же группе.

Ответ: _____ .

23 В классе 21 ученик, среди них два друга — Коля и Толя. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равных группы. Найдите вероятность того, что Коля и Толя попали в одну группу.

Ответ: _____ .

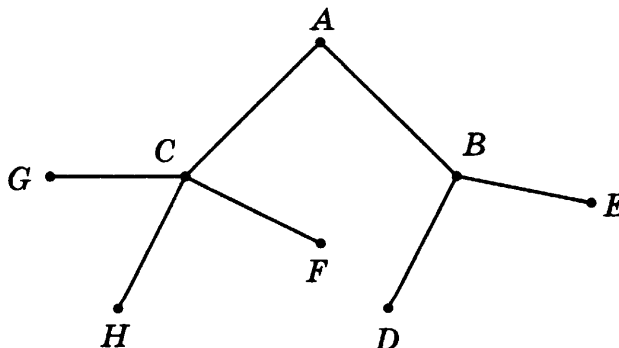
24 При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,3, а при каждом последующем — 0,7. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

Ответ: _____ .

25 Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,4. На столе лежат 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

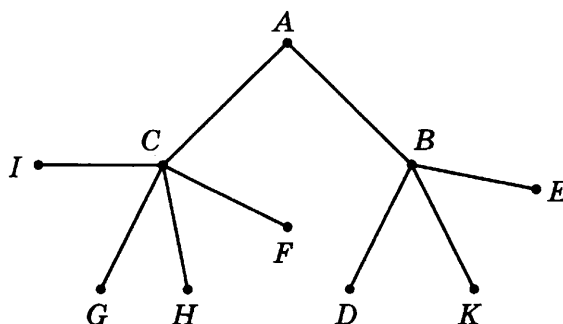
Ответ: _____ .

26 Павел Иванович совершает прогулку из точки A по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадёт в точку D .



Ответ: _____ .

- 27** Павел Иванович совершает прогулку из точки A по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадёт в точку H .



Ответ: _____.

- 28** Вероятность того, что новый персональный компьютер прослужит больше года, равна $0,93$. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна $0,86$. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ: _____.

- 29** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в каком-либо автомате закончится кофе, равна $0,1$, независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

- 30** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна $0,2$. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна $0,09$. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

УРАВНЕНИЯ

Простейшие уравнения с одной переменной

1 Найдите корень уравнения $\log_3 (1 - 5x) = 4$.

Ответ: _____.

2 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{4x+32}{7}} = 6$.

Ответ: _____.

3 Найдите корень уравнения $\log_2 (7 - x) = 5$.

Ответ: _____.

4 Найдите корень уравнения $\sqrt{33+2x} = 5$.

Ответ: _____.

5 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-5} = 2$.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $7^{x-2} = 49$.

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $\log_2 (14 - 2x) = 4\log_2 3$.

Ответ: _____.

8 Найдите корень уравнения $\log_3 (4 - x) = 2$.

Ответ: _____.

9

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{x-11} = \frac{1}{36}$.

Ответ: _____.

10

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-6} = 9$.

Ответ: _____.

11

Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{3}}(3-2x) = -4$.

Ответ: _____.

12

Найдите корень уравнения $3^{2-2x} = 81$.

Ответ: _____.

13

Найдите корень уравнения $\frac{4}{\sqrt{x-12}} = 1$.

Ответ: _____.

14

Найдите корень уравнения $3^{5x-2} = \frac{1}{27}$.

Ответ: _____.

15

Найдите корень уравнения $3^{2-x} = 81$.

Ответ: _____.

16

Найдите корень уравнения $3^{1-2x} = 27$.

Ответ: _____.

17

Решите уравнение $\frac{2}{6x-1} = \frac{1}{2x-9}$.

Ответ: _____.

18 Найдите корень уравнения $4^{2-x} = 64$.

Ответ: _____.

19 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{81}\right)^{x-7} = 3$.

Ответ: _____.

20 Найдите решение уравнения $\left(\frac{1}{8}\right)^{x+6} = 512^x$.

Ответ: _____.

21 Найдите корень уравнения $\sqrt{-4-8x} = 6$.

Ответ: _____.

22 Решите уравнение $2^{11-2x} = 8^{3x}$.

Ответ: _____.

23 Найдите корень уравнения $7^{5-2x} = \frac{1}{5^{2x-5}}$.

Ответ: _____.

24 Найдите корень уравнения $\log_7(8-x) = 2$.

Ответ: _____.

25 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{2}{3x-27}} = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

26 Найдите корень уравнения $\log_2(-1-x) = 2$.

Ответ: _____.

27 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{10}{4x-26}} = \frac{1}{7}$.

Ответ: _____ .

28 Найдите корень уравнения $\sqrt{10-2x} = 2$.

Ответ: _____ .

29 Найдите корень уравнения $\log_3(3-x) = 2$.

Ответ: _____ .

30 Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{6}}(6-x) = -2$.

Ответ: _____ .

Решение текстовых задач с помощью уравнений

1 Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 32 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 48 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____ .

2 Из A в B одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 14 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 99 км/ч, в результате чего прибыл в B одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 50 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____ .

3 Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 80 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 2 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____ .

4 Из городов A и B навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 4 часа раньше, чем велосипедист приехал в A , а встретились они через 1 час 30 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

Ответ: _____ .

5 Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 3,5 км от места отправления. Один идёт со скоростью 2,7 км/ч, а другой — со скоростью 3,6 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____ .

6 Два велосипедиста одновременно отправились в 153-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 8 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 8 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____ .

7 Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 19 км. Пешеход прошёл путь из A в B за 5 часов. Время его движения на спуске составило 4 часа. С какой скоростью пешеход шёл на спуске, если скорость его движения на подъёме меньше скорости движения на спуске на 1 км/ч? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____ .

8 Велосипедист отправился с некоторой скоростью из города A в город B , расстояние между которыми равно 88 км. Возвращаясь из B в A , он ехал сначала с той же скоростью, но через один час пути вынужден был сделать остановку на 15 мин. После этого он продолжил путь в A , увеличив скорость на 2 км/ч, и в результате затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B . Найдите скорость велосипедиста на пути из A в B . Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____ .

9 Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 70 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 4,4 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 30 минут. Чему равнялась скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 24 минуты? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____ .

10 Баржа в 10:00 вышла из пункта A в пункт B , расположенный в 30 км от A . Пробыв в пункте B 4 часа, баржа отправилась назад и вернулась в пункт A в 22:00 того же дня. Определите собственную скорость (в км/ч) баржи, если известно, что скорость течения реки 2 км/ч.

Ответ: _____ .

11 От пристани A к пристани B , расстояние между которыми равно 99 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 2 часа после этого следом за ним, со скоростью на 2 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____ .

12 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 525 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 23 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 49 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____ .

13 Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 12 рабочих, а во второй — 21 рабочий. Через 10 дней после начала работы в первую бригаду перешли 12 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: _____ .

14 Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 ч. Через 5 ч после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ?

Ответ: _____ .

15 На изготовление 20 деталей первый рабочий тратит на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 60 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Ответ: _____ .

16 На изготовление 48 деталей первый рабочий тратит на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 96 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Ответ: _____ .

17 Заказ на 136 деталей первый рабочий выполняет на 9 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 9 деталей больше?

Ответ: _____ .

18 На изготовление 416 деталей первый рабочий тратит на 10 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 546 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

Ответ: _____ .

19 Плиточник должен уложить 480 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 8 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____ .

20 Первая труба пропускает на 9 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 162 литра она заполняет на 9 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____ .

21 Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 520 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 572 литра?

Ответ: _____ .

22 Во время загородной поездки автомобиль на каждые 100 км пути расходует на 2 л бензина меньше, чем в городе. Водитель выехал с полным баком, проехал 120 км по городу и 210 км по загородному шоссе до заправки. Заправив машину, он обнаружил, что в бак вошло 42 л бензина. Сколько литров бензина расходует автомобиль на 100 км пробега в городе?

Ответ: _____ .

23 Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 98 кг изюма?

Ответ: _____ .

24 Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 65%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 1%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: _____ .

25 Пять рубашек дешевле куртки на 5%. На сколько процентов шесть рубашек дороже куртки?

Ответ: _____ .

26 Четыре рубашки дешевле куртки на 20%. На сколько процентов шесть рубашек дороже куртки? Знак процента в ответе не пишете.

Ответ: _____ .

27 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 49% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Ответ: _____ .

28 Имеются два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 20% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 15% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ: _____ .

29 В сосуд, содержащий 7 литров 15-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 8 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: _____ .

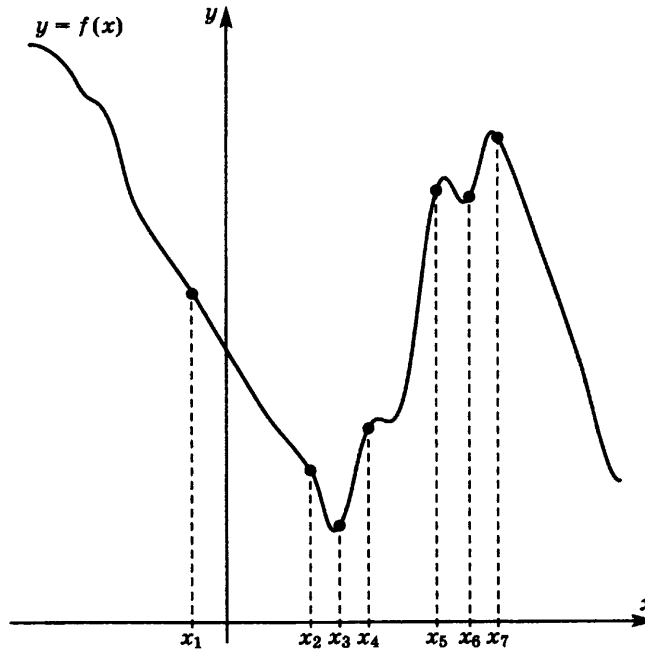
30 Имеются два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй — 50 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 28% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 36% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: _____ .

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

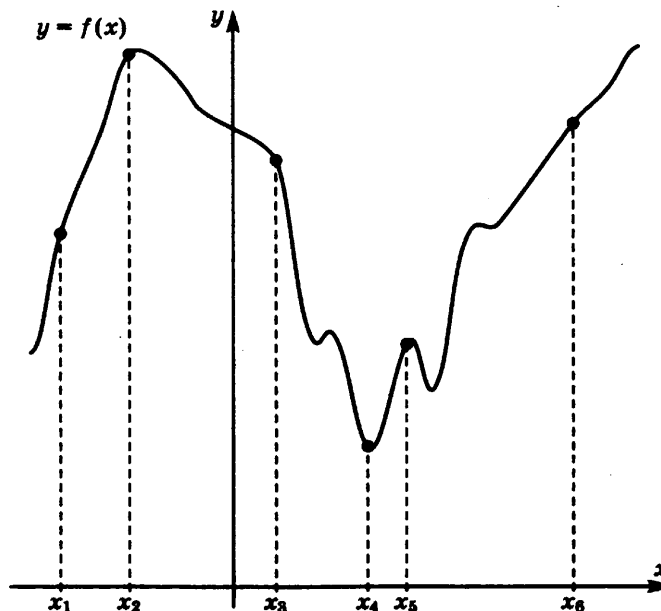
Чтение графиков, простейшие свойства функций

- 1 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено семь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$. В ответе укажите количество точек (из отмеченных), которые принадлежат промежуткам возрастания функции.



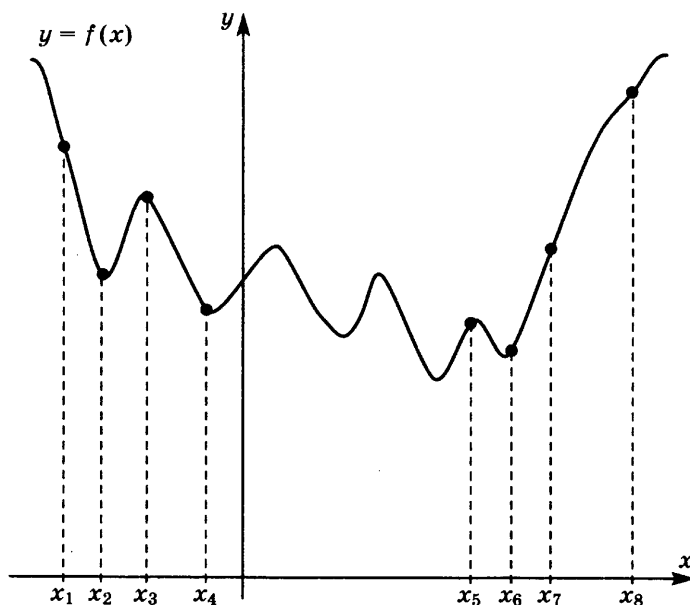
Ответ: _____.

- 2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено шесть точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. В ответе укажите количество точек (из отмеченных), которые принадлежат промежуткам возрастания функции.



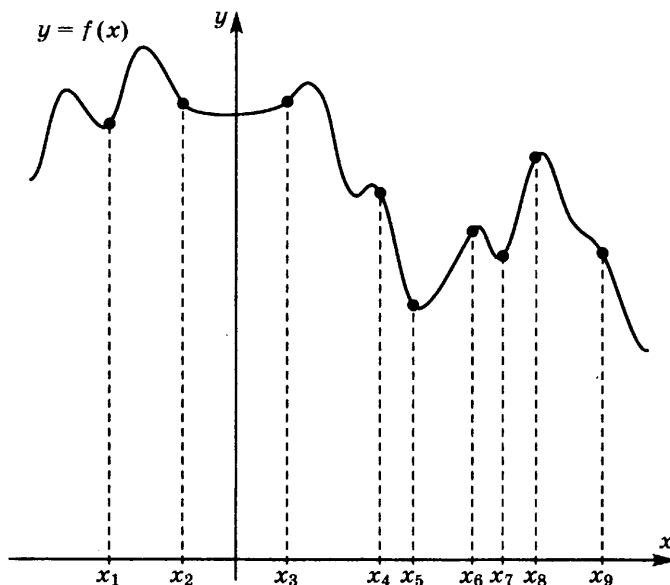
Ответ: _____.

- 3** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. В ответе укажите количество точек (из отмеченных), которые принадлежат промежуткам возрастания функции.



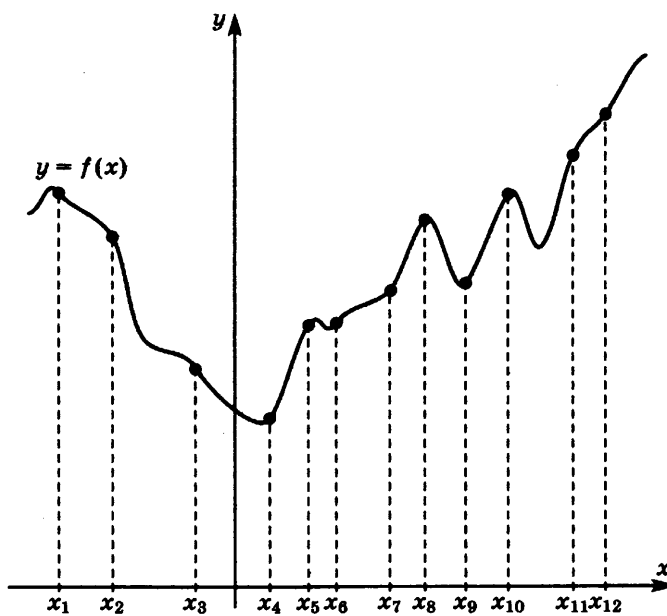
Ответ: _____.

- 4** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. В ответе укажите количество точек (из отмеченных), которые принадлежат промежуткам убывания функции.



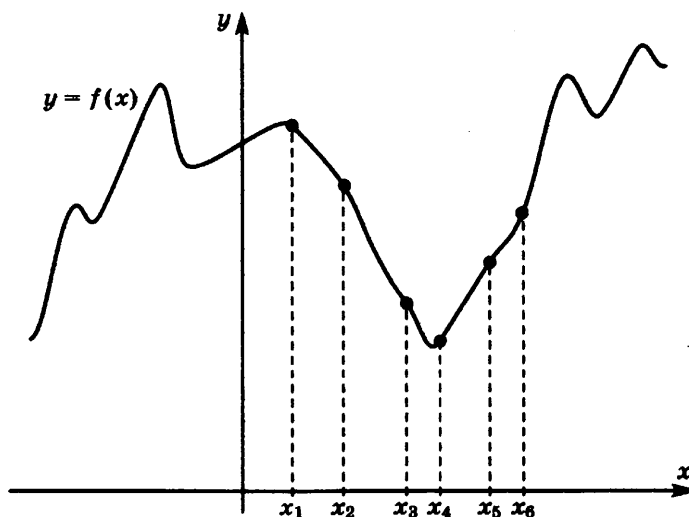
Ответ: _____.

5 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено двенадцать точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$. В ответе укажите количество точек (из отмеченных), которые принадлежат промежуткам убывания функции.



Ответ: _____.

6 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено шесть точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. В ответе укажите количество точек (из отмеченных), которые принадлежат промежуткам убывания функции.

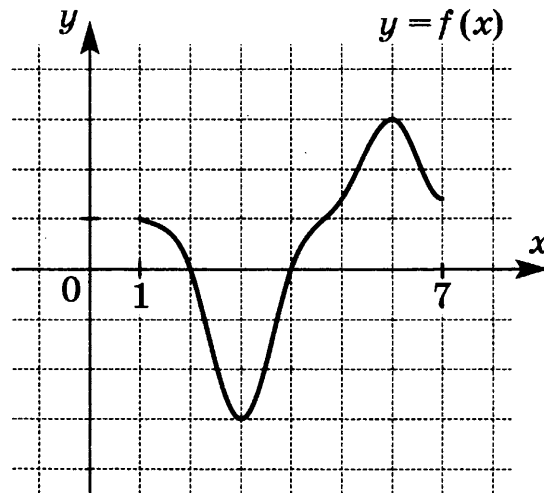


Ответ: _____.

7

Функция $y = f(x)$ — чётная. На рисунке изображён фрагмент графика этой функции на промежутке $[1; 7]$.

Найдите значение функции в точке $x = -6$.

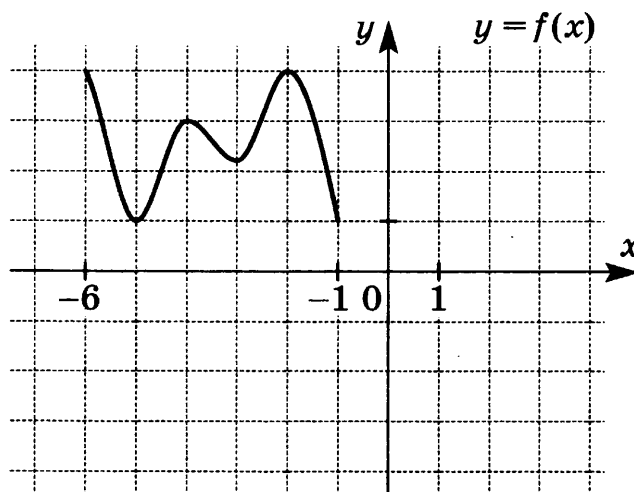


Ответ: _____.

8

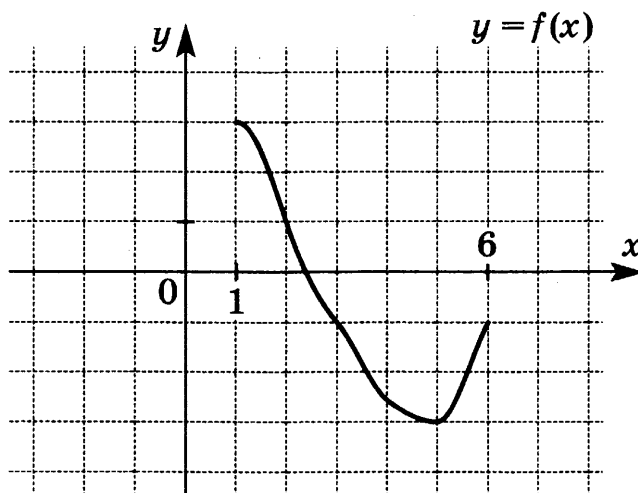
Функция $y = f(x)$ — чётная. На рисунке изображён фрагмент графика этой функции на промежутке $[-6; -1]$.

Найдите значение функции в точке $x = 2$.



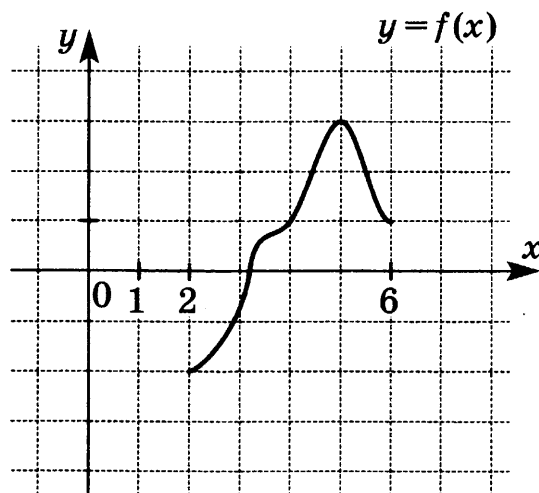
Ответ: _____.

- 9** Функция $y = f(x)$ — чётная. На рисунке изображён фрагмент графика этой функции на промежутке $[1; 6]$. Найдите значение функции в точке $x = -5$.



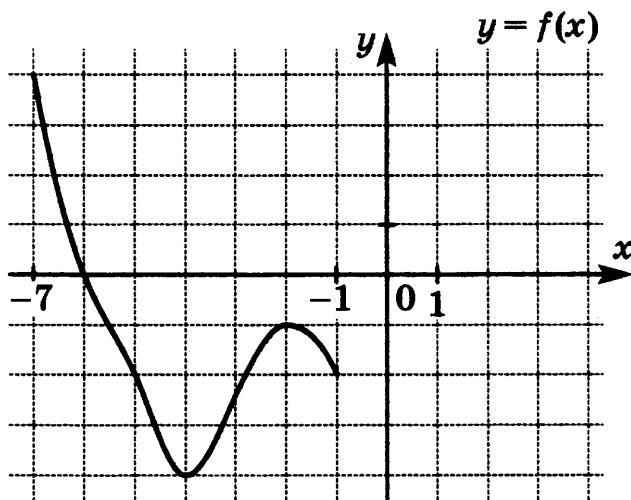
Ответ: _____.

- 10** Функция $y = f(x)$ — нечётная. На рисунке изображён фрагмент графика этой функции на промежутке $[2; 6]$. Найдите значение функции в точке $x = -4$.



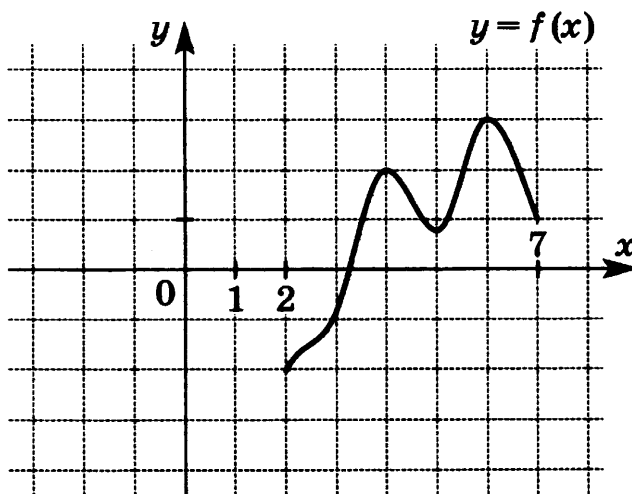
Ответ: _____.

- 11** Функция $y = f(x)$ — нечётная. На рисунке изображён фрагмент графика этой функции на промежутке $[-7; -1]$. Найдите значение функции в точке $x = 4$.



Ответ: _____.

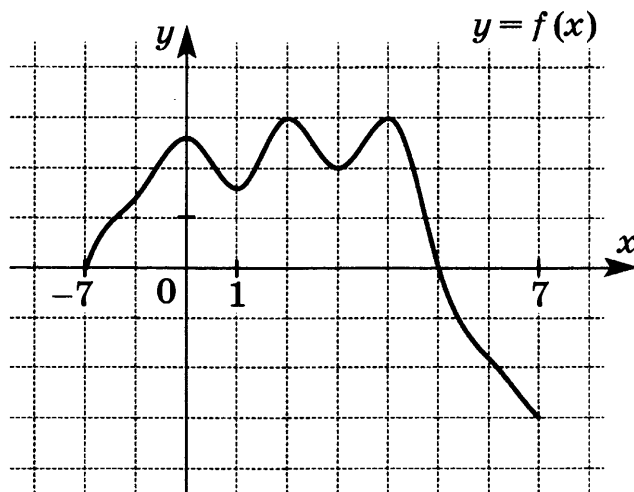
- 12** Функция $y = f(x)$ — нечётная. На рисунке изображён фрагмент графика этой функции на промежутке $[2; 7]$. Найдите значение функции в точке $x = -6$.



Ответ: _____.

13

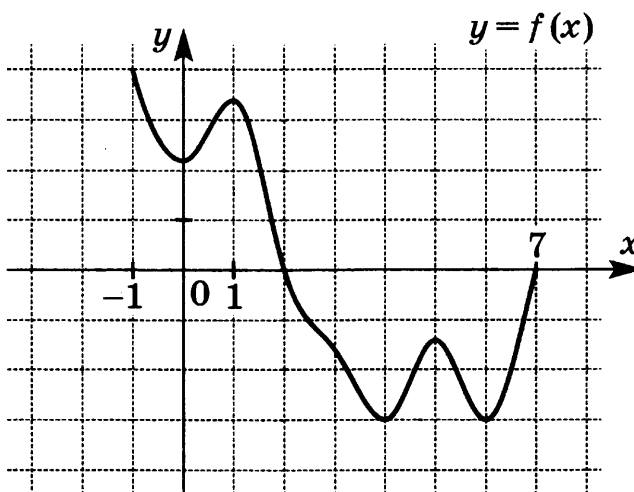
Функция $y = f(x)$ — периодическая с наименьшим положительным периодом 12. На рисунке изображён фрагмент графика этой функции на промежутке $[-7; 7]$. Найдите значение функции в точке $x = 15$.



Ответ: _____ .

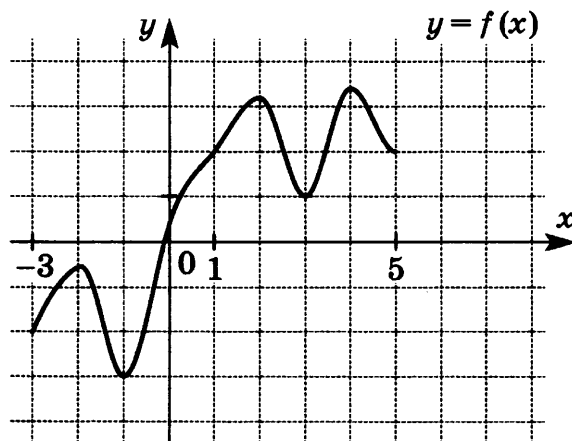
14

Функция $y = f(x)$ — периодическая с наименьшим положительным периодом 17. На рисунке изображён фрагмент графика этой функции на промежутке $[-1; 7]$. Найдите значение функции в точке $x = 23$.



Ответ: _____ .

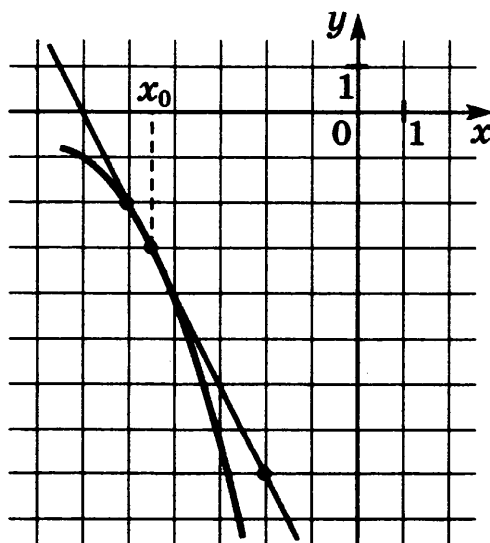
- 15** Функция $y = f(x)$ — периодическая с наименьшим положительным периодом 11. На рисунке изображён фрагмент графика этой функции на промежутке $[-3; 5]$. Найдите значение функции в точке $x = -8$.



Ответ: _____.

Элементы математического анализа

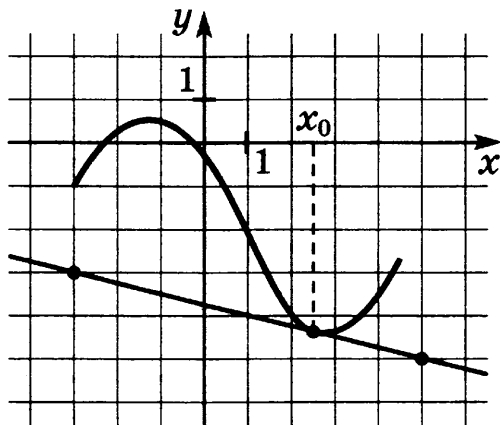
- 1** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

2

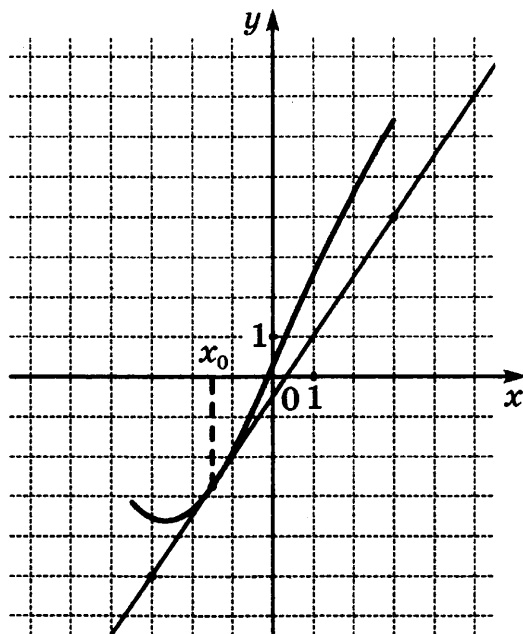
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

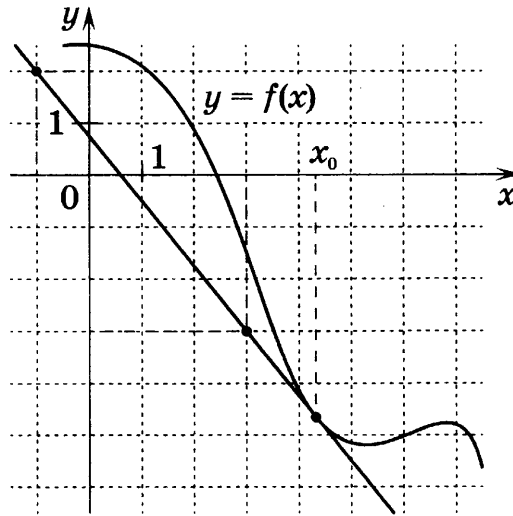
3

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



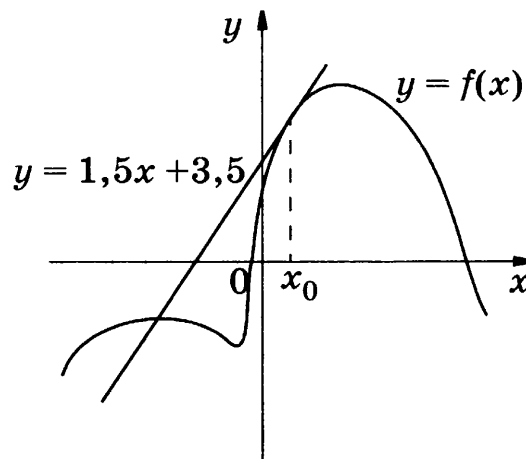
Ответ: _____.

- 4 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



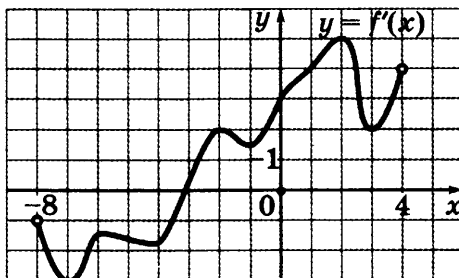
Ответ: _____.

- 5 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0 . Касательная задана уравнением $y = 1,5x + 3,5$. Найдите значение производной функции $y = 2f(x) - 1$ в точке x_0 .



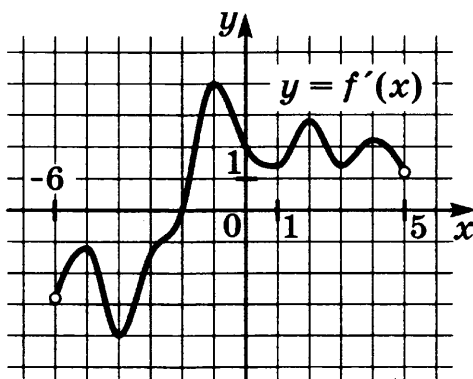
Ответ: _____.

- 6** На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 4)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-7; 0]$.



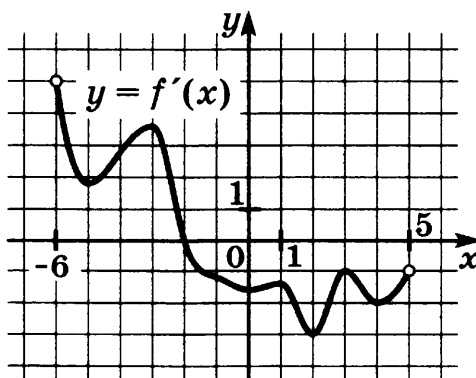
Ответ: _____.

- 7** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-2; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



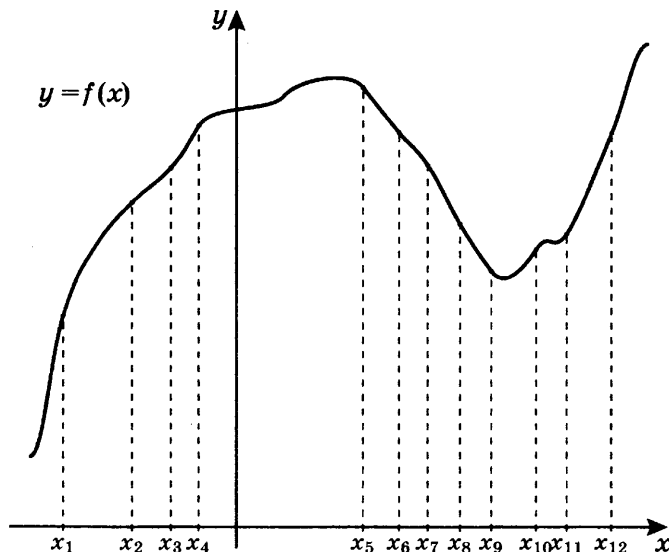
Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[0; 4]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



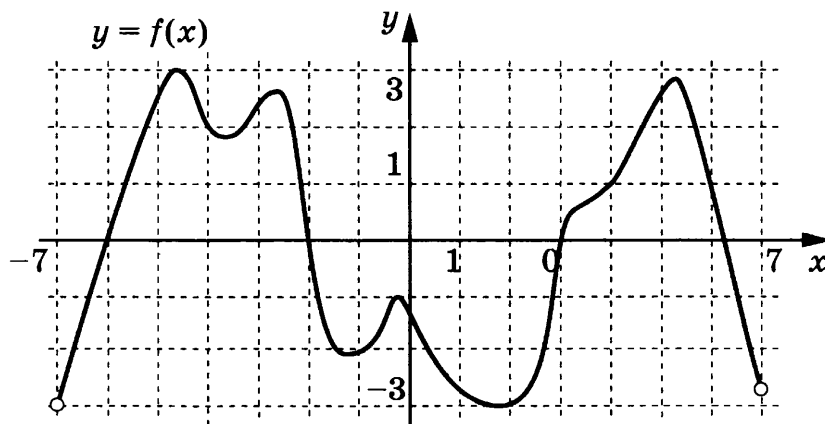
Ответ: _____.

- 9** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.

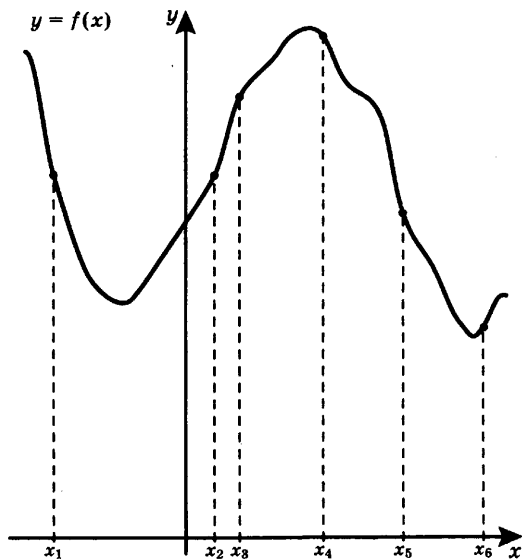
- 10** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



Ответ: _____.

11

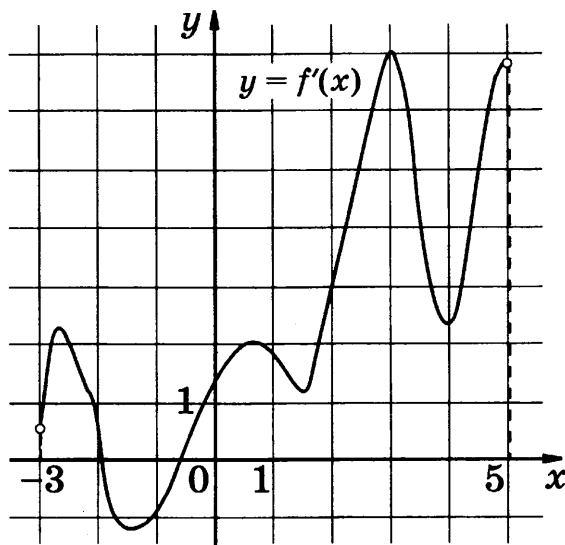
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



Ответ: _____.

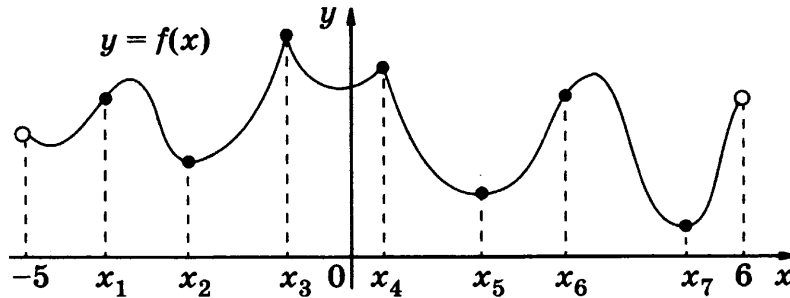
12

Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-3; 5)$. На рисунке изображён график её производной. Определите, сколько существует касательных к графику функции $y = f(x)$, которые параллельны прямой $y = 3x - 5$ или совпадают с ней.



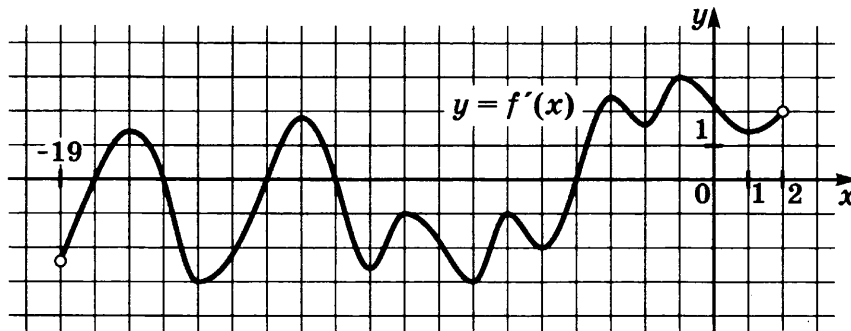
Ответ: _____.

- 13** Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-5; 6)$. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, \dots, x_7 те точки, в которых производная функции $f(x)$ равна нулю. В ответ запишите количество найденных точек.



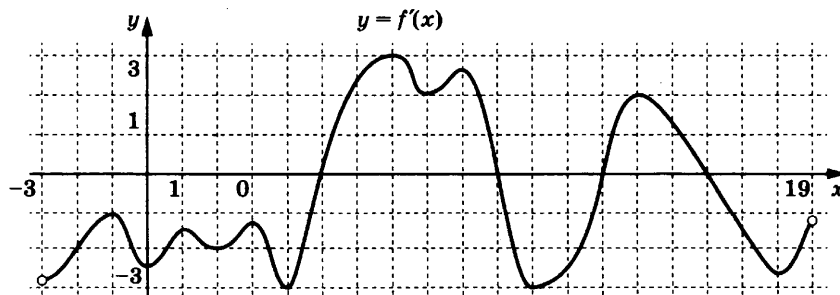
Ответ: _____.

- 14** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-19; 2)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-17; 1]$.



Ответ: _____.

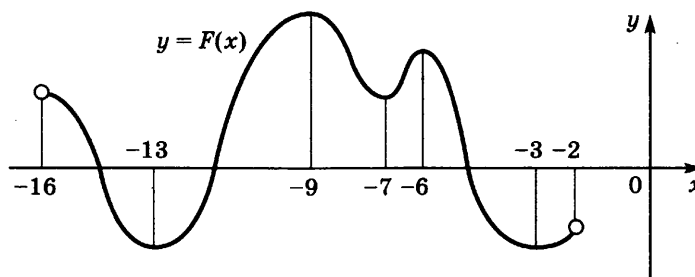
- 15** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 19)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-1; 17]$.



Ответ: _____.

16

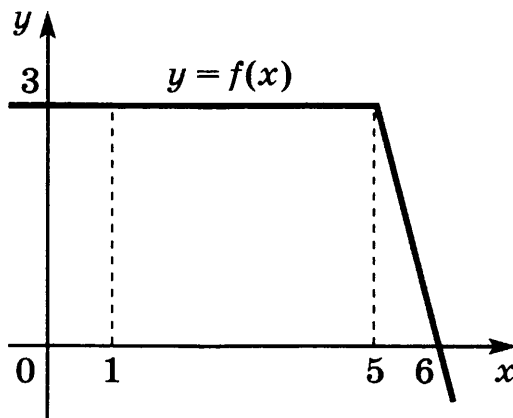
На рисунке изображён график первообразной $y = F(x)$ некоторой функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-16; -2)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-14; -8]$.



Ответ: _____.

17

На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, найдите интеграл $\int_1^6 f(x) dx$.



Ответ: _____.

18

Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = -t^3 + 9t^2 - 7t + 6,$$

где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 3$ с.

Ответ: _____.

19 Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = -\frac{1}{4}t^4 + 3t^3 - 4t^2 - 6t - 14,$$

где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 2$ с.

Ответ: _____.

20 Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = -\frac{1}{5}t^2 + 6t - 27,$$

где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 4 м/с?

Ответ: _____.

21 Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 9x^2 + 11$.

Ответ: _____.

22 Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 20x^2 + 100x + 17$ на отрезке $[-13; -9,5]$.

Ответ: _____.

23 Найдите наибольшее значение функции $y = x^5 + 5x^3 - 20x$ на отрезке $[-5; 0]$.

Ответ: _____.

24 Найдите точку минимума функции $y = (x - 8)^2(x + 4) + 1$.

Ответ: _____.

25 Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 4}{x}$ на отрезке $[1; 14]$.

Ответ: _____.

26 Найдите точку максимума функции $y = 10 + 6x - 2x\sqrt{x}$.

Ответ: _____ .

27 Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{-21 + 10x - x^2}$.

Ответ: _____ .

28 Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 - 4x + 6}$.

Ответ: _____ .

29 Найдите точку максимума функции $y = (x + 5)e^{5-x}$.

Ответ: _____ .

30 Найдите наибольшее значение функции $y = (x^2 + 29x - 29)e^{2-x}$ на отрезке $[-1; 7]$.

Ответ: _____ .

31 Найдите точку минимума функции $y = x - \ln(x + 4) + 1$.

Ответ: _____ .

32 Найдите точку максимума функции $y = 0,5x^2 - 9x + 14\ln x$.

Ответ: _____ .

33 Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 18)^{10} - 10x$ на отрезке $[-17,5; 0]$.

Ответ: _____ .

34 Найдите точку минимума функции $y = 8^{x^2 + 26x + 185}$.

Ответ: _____ .

35 Найдите точку максимума функции $y = \log_4(-3 + 4x - x^2) + 7$.

Ответ: _____ .

36 Найдите наименьшее значение функции $y = \log_5(x^2 + 28x + 201) + 10$.

Ответ: _____.

37 Найдите наибольшее значение функции $y = 9x - 8\sin x + 7$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: _____.

38 Найдите наименьшее значение функции $y = 5\cos x + 6x + 6$ на отрезке

$\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

39 Найдите наименьшее значение функции $y = 4\cos x + 13x + 9$

на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

40 Найдите наибольшее значение функции $y = 4\tg x - 4x + \pi - 6$

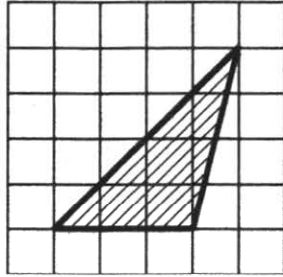
на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.

ГЕОМЕТРИЯ

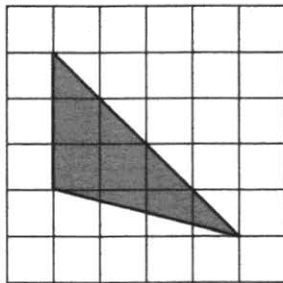
Простые задачи по геометрии на плоскости

- 1** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



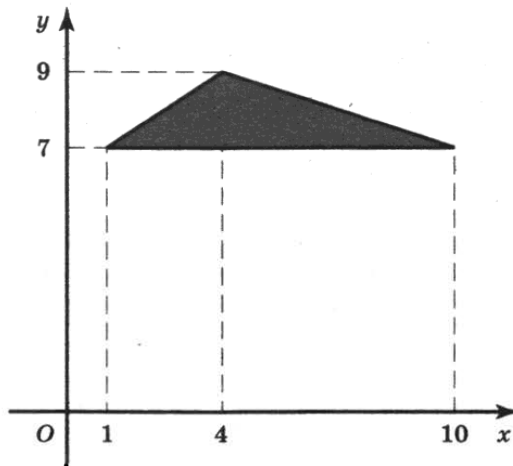
Ответ: _____.

- 2** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



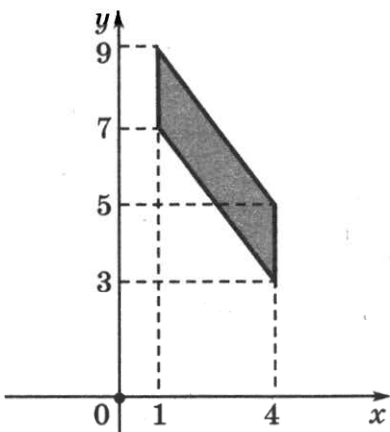
Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 7)$, $(10; 7)$, $(4; 9)$.



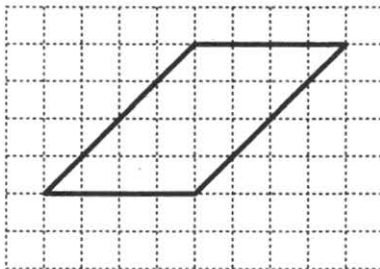
Ответ: _____.

- 4 Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты $(1; 7)$, $(4; 3)$, $(4; 5)$, $(1; 9)$.



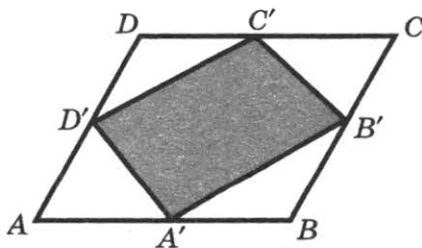
Ответ: _____.

- 5 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



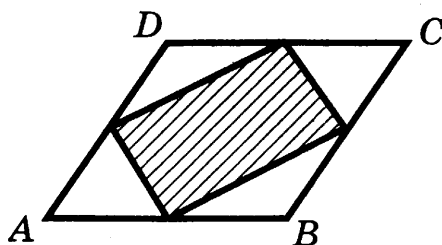
Ответ: _____.

- 6 Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 6. Найдите площадь параллелограмма $A'B'C'D'$, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.



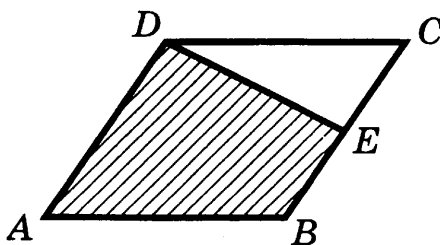
Ответ: _____.

- 7 Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 170. Найдите площадь четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.



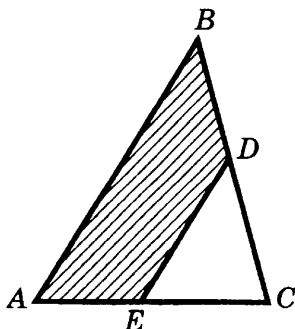
Ответ: _____.

- 8 Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 48. Точка E — середина стороны BC . Найдите площадь четырёхугольника $ADEB$.



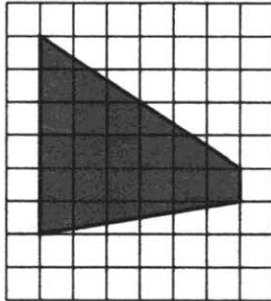
Ответ: _____.

- 9 Площадь треугольника ABC равна 80. DE — средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь трапеции $ABDE$.



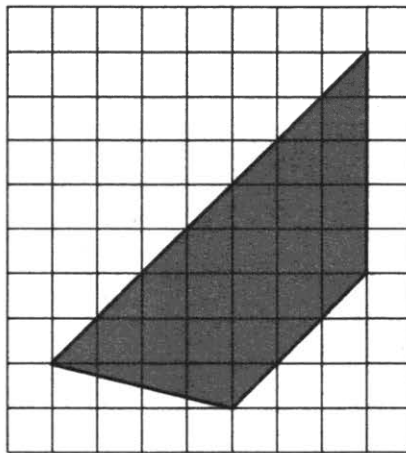
Ответ: _____.

- 10** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



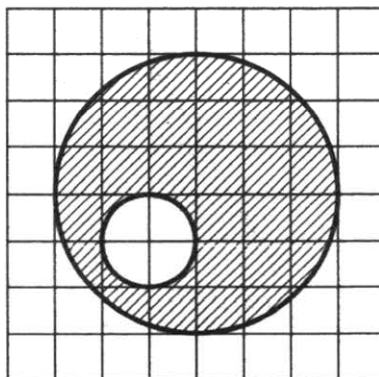
Ответ: _____.

- 11** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



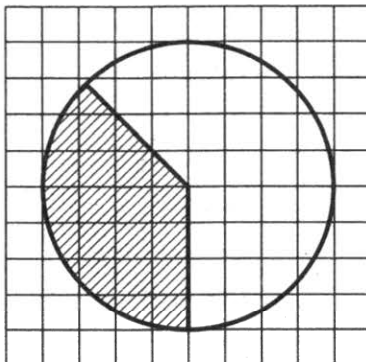
Ответ: _____.

- 12** На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 9. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



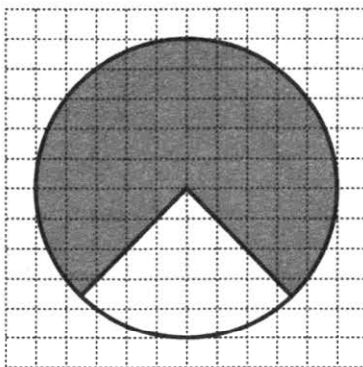
Ответ: _____.

- 13** На клетчатой бумаге нарисован круг площадью 48. Найдите площадь заштрихованного сектора.



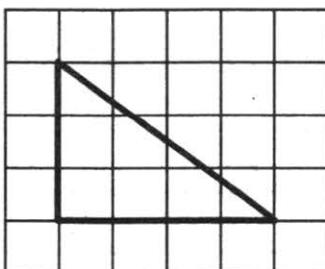
Ответ: _____.

- 14** На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 42?



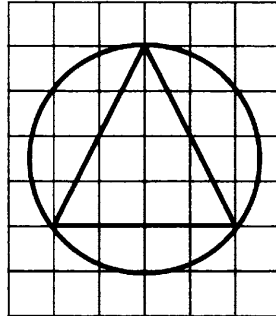
Ответ: _____.

- 15** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



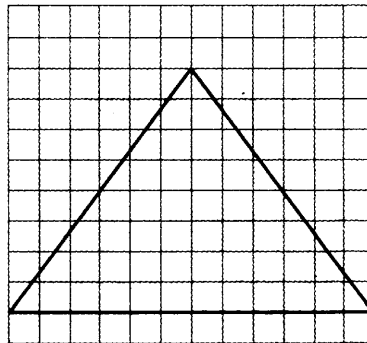
Ответ: _____.

- 16** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображены треугольник и описанная около него окружность. Найдите радиус этой окружности.



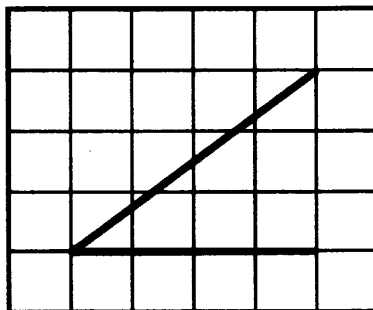
Ответ: _____.

- 17** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



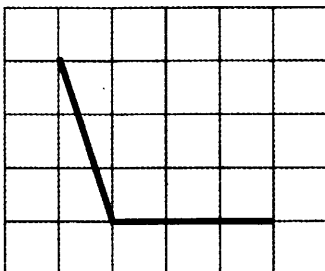
Ответ: _____.

- 18** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите косинус этого угла.



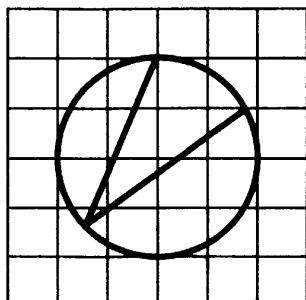
Ответ: _____.

- 19** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



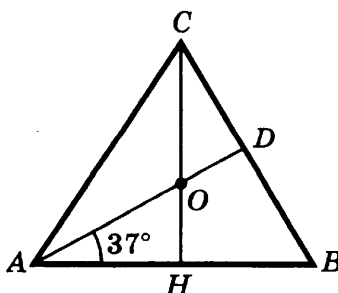
Ответ: _____.

- 20** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён вписанный угол. Найдите синус этого вписанного угла.



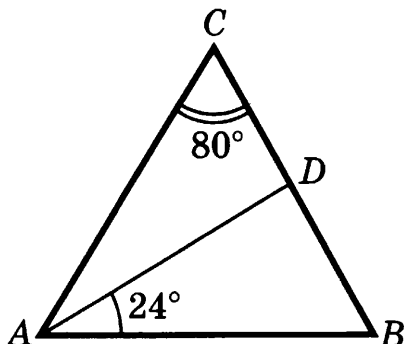
Ответ: _____.

- 21** В треугольнике ABC CH — высота, AD — биссектриса, O — точка пересечения прямых CH и AD , угол BAD равен 37° . Найдите угол AOC . Ответ дайте в градусах.



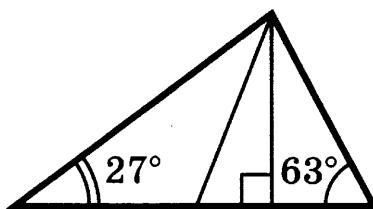
Ответ: _____.

- 22** В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 80° , угол BAD равен 24° . Найдите угол ADB . Ответ дайте в градусах.



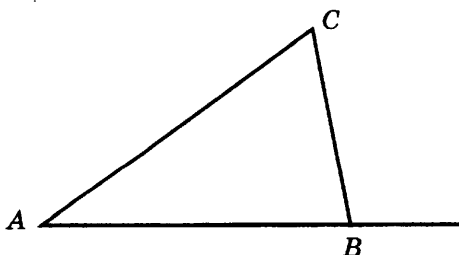
Ответ: _____.

- 23** Два угла треугольника равны 63° и 27° . Найдите угол между высотой и медианой, проведенными из вершины третьего угла. Ответ дайте в градусах.



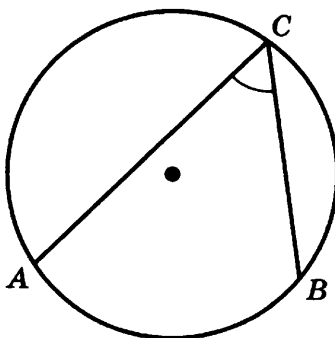
Ответ: _____.

- 24** В треугольнике ABC угол A равен 48° , внешний угол при вершине B равен 102° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



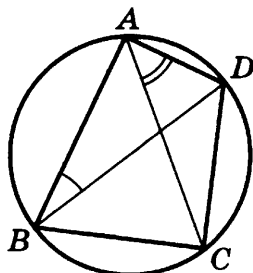
Ответ: _____.

- 25** На окружности отмечены точки A , B и C . Дуга окружности AC , не содержащая точку B , составляет 130° . Дуга окружности BC , не содержащая точку A , составляет 72° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



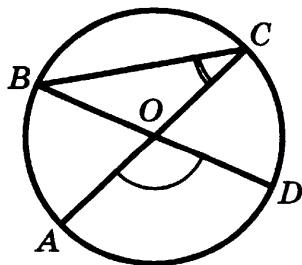
Ответ: _____.

- 26** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 36° , угол CAD равен 52° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



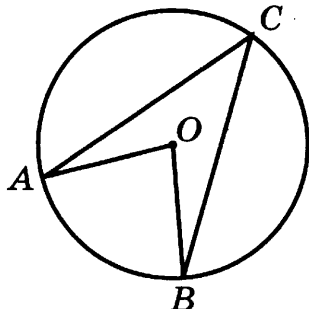
Ответ: _____.

- 27** В окружности с центром O AC и BD — диаметры. Угол AOD равен 142° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



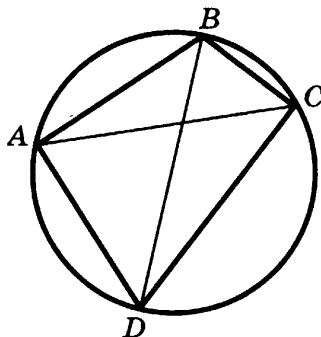
Ответ: _____.

- 28** Найдите центральный угол AOB , если он на 39° больше вписанного угла ACB , опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.



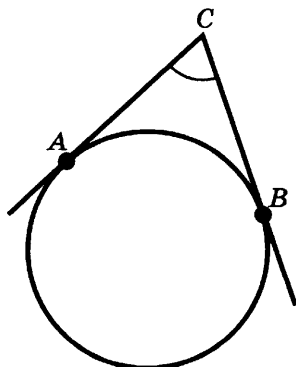
Ответ: _____.

- 29** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 140° , угол CAD равен 84° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



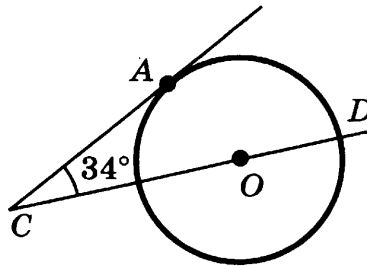
Ответ: _____.

- 30** Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB , равный 66° . Найдите величину меньшей дуги AB . Ответ дайте в градусах.



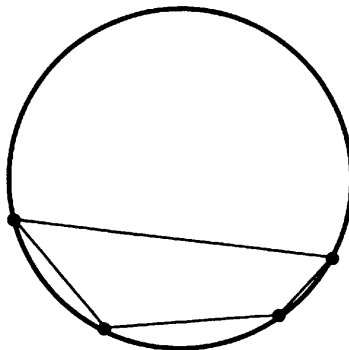
Ответ: _____.

- 31** Угол ACO равен 34° . Его сторона CA касается окружности с центром в точке O . Найдите градусную величину дуги AD окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



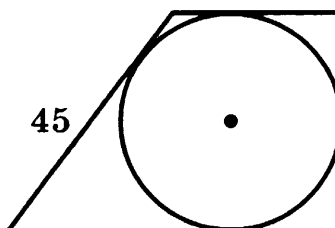
Ответ: _____.

- 32** Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 20° и 41° . Найдите больший из двух оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



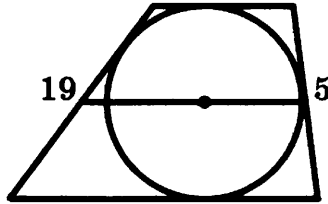
Ответ: _____.

- 33** Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 100, её большая боковая сторона равна 45. Найдите радиус окружности.



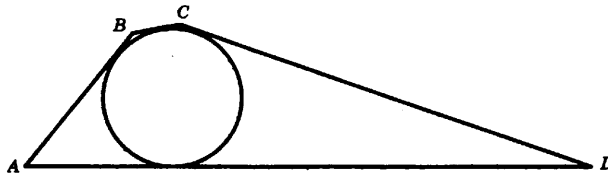
Ответ: _____.

- 34** Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 19 и 5. Найдите длину средней линии этой трапеции.



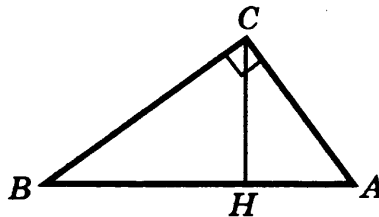
Ответ: _____.

- 35** В четырёхугольнике $ABCD$ вписана окружность, $AB = 7$, $BC = 2$ и $CD = 21$. Найдите четвёртую сторону AD четырёхугольника.



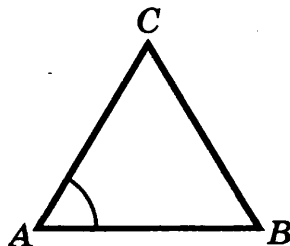
Ответ: _____.

- 36** В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 29$, $\operatorname{tg} A = \frac{5}{2}$. Найдите AH .



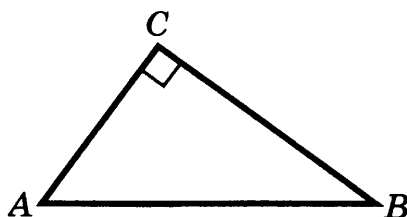
Ответ: _____.

- 37** В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 2$, $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите AC .



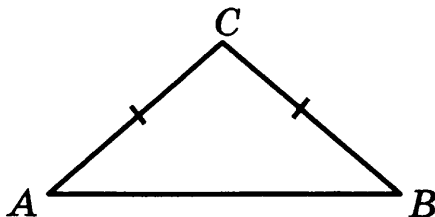
Ответ: _____.

- 38** В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 15$, $\cos A = \frac{\sqrt{26}}{26}$.
Найдите AC .



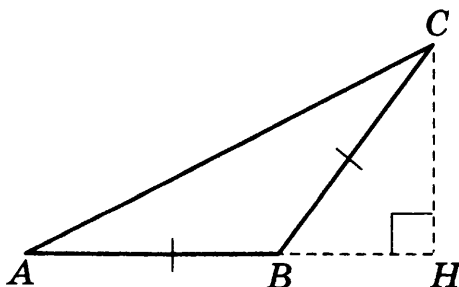
Ответ: _____.

- 39** В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $AB = 8$. Найдите $\operatorname{tg} A$.



Ответ: _____.

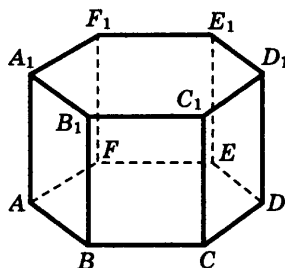
- 40** В треугольнике ABC $AB = BC$, $AC = 5$, $\cos \angle C = 0,8$. Найдите высоту CH .



Ответ: _____.

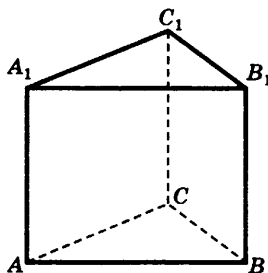
Простые задачи по стереометрии

- 1 В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ площадь основания равна 13, а боковое ребро равно 12. Найдите объём призмы $ACDF A_1 C_1 D_1 F_1$.



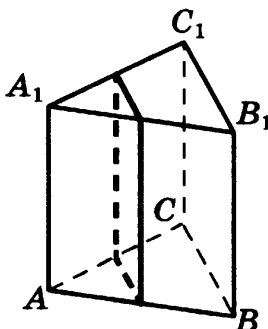
Ответ: _____.

- 2 В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ площадь основания равна 9, а боковое ребро равно 4. Найдите объём пирамиды $BACC_1 A_1$.



Ответ: _____.

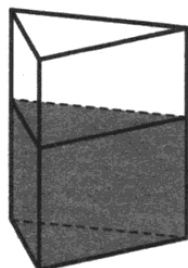
- 3 В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ стороны оснований равны 4, боковые рёбра равны 12. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины рёбер AB , AC , $A_1 B_1$ и $A_1 C_1$.



Ответ: _____.

4

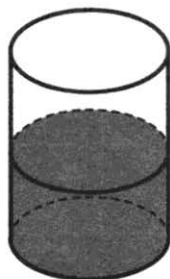
В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2500 см^3 воды и полностью погрузили в неё деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 20 см до отметки 31 см . Чему равен объём детали? Ответ дайте в см^3 .



Ответ: _____.

5

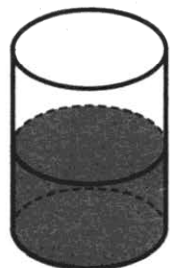
В цилиндрический сосуд налили 4000 м^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 22 см . В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 11 см . Чему равен объём детали? Ответ дайте в см^3 .



Ответ: _____.

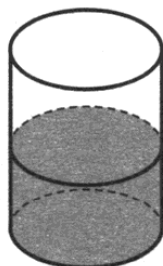
6

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 192 см . На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 8 раз больше диаметра основания первого? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 7** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 12 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ дайте в сантиметрах.

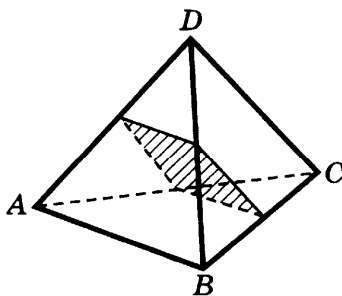


Ответ: _____ .

- 8** Объём цилиндра равен 1 см^3 . Радиус основания уменьшили в 2 раза, а высоту увеличили в 3 раза. Найдите объём получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

Ответ: _____ .

- 9** Рёбра правильного тетраэдра $ABCD$ равны 42. Найдите площадь сечения, проходящего через середины рёбер AC , AD и BD .



Ответ: _____ .

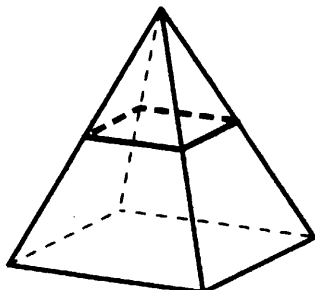
- 10** Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 8 раз?

Ответ: _____ .

- 11** Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 6 раз?

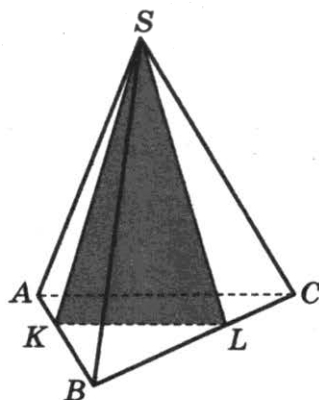
Ответ: _____ .

- 12** В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 9. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



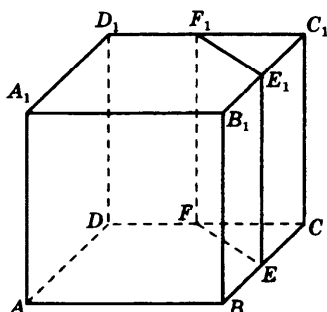
Ответ: _____.

- 13** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ рёбра BA и BC разделены точками K и L так, что $BK = BL = 4$ и $KA = LC = 2$. Найдите угол между плоскостью основания ABC и плоскостью сечения SKL . Ответ дайте в градусах.



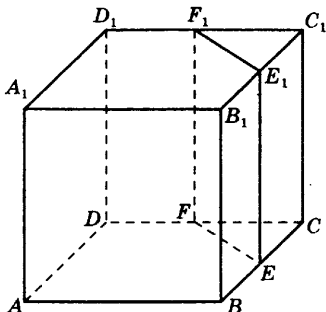
Ответ: _____.

- 14** В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E, F, E_1 и F_1 являются серединами рёбер $BC, DC, B_1 C_1$ и $D_1 C_1$ соответственно. Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью EFF_1 , равен 29. Найдите объём куба.



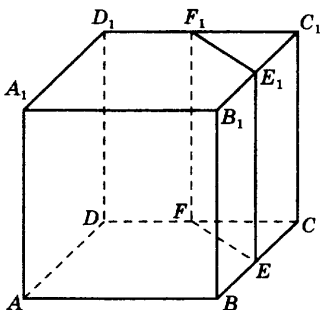
Ответ: _____.

- 15** В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E, F, E_1 и F_1 являются серединами рёбер $BC, DC, B_1 C_1$ и $D_1 C_1$ соответственно. Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью EFF_1 , равен 16. Найдите объём куба.



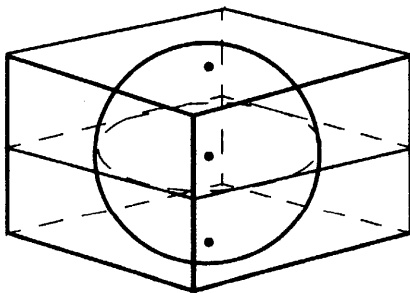
Ответ: _____.

- 16** В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E, F, E_1 и F_1 являются серединами рёбер $BC, DC, B_1 C_1$ и $D_1 C_1$ соответственно. Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью EFF_1 , равен 9. Найдите объём куба.



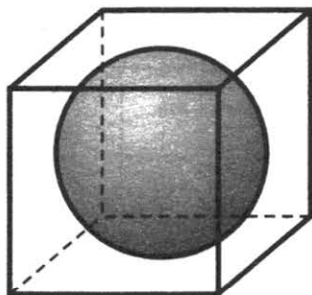
Ответ: _____.

- 17** Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите его объём.



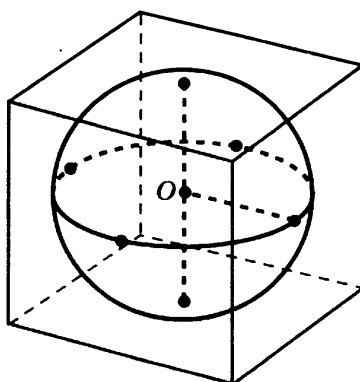
Ответ: _____.

- 18 Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 5. Найдите его объём.



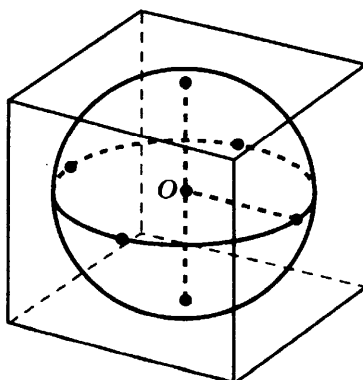
Ответ: _____.

- 19 Шар, объём которого равен 9π , вписан в куб. Найдите объём куба.



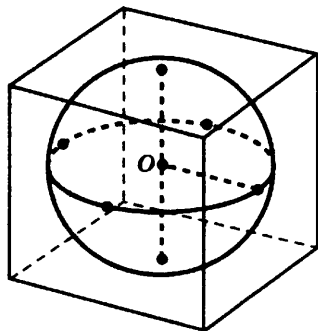
Ответ: _____.

- 20 Шар, объём которого равен 16π , вписан в куб. Найдите объём куба.



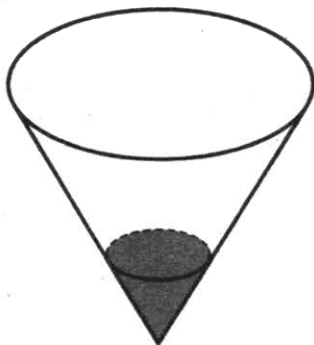
Ответ: _____.

- 21** Шар, объём которого равен 37π , вписан в куб. Найдите объём куба.



Ответ: _____.

- 22** В сосуд в виде конуса налита жидкость до $\frac{1}{3}$ высоты. Объём налитой жидкости — 16 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы наполнить сосуд доверху?

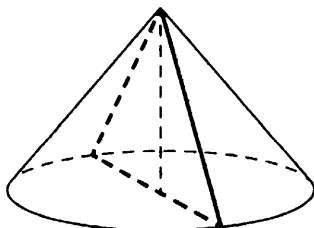


Ответ: _____.

- 23** Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличить в 5 раз, а высоту оставить прежней?

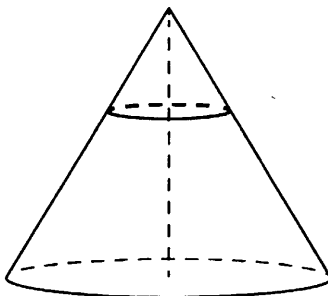
Ответ: _____.

- 24** Площадь основания конуса равна 16π , высота — 12. Найдите площадь осевого сечения конуса.



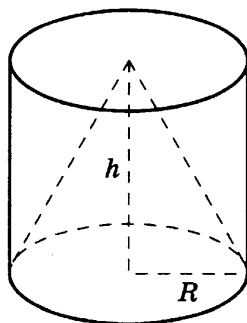
Ответ: _____.

- 25** Площадь основания конуса равна 72. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 6 и 12, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.



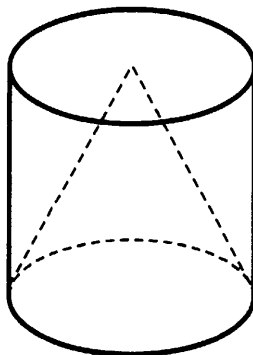
Ответ: _____.

- 26** Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 17.



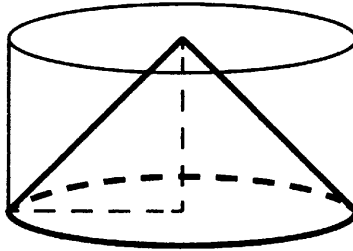
Ответ: _____.

- 27** Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 78.



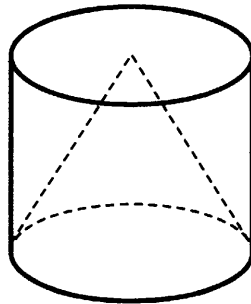
Ответ: _____.

- 28** Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $23\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



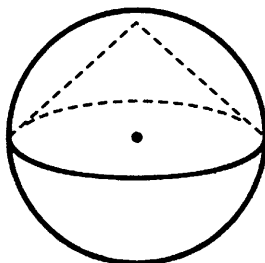
Ответ: _____.

- 29** Цилиндр и конус имеют общее основание и высоту. Угол между высотой и образующей конуса равен 30° . Площадь боковой поверхности цилиндра равна $18\sqrt{3}$. Найдите площадь полной поверхности конуса.



Ответ: _____.

- 30** Сфера проходит через окружность основания конуса и его вершину. Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен $71\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.



Ответ: _____.

Часть 2.
ЗАДАНИЯ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

УРАВНЕНИЯ

Тригонометрические уравнения

1 а) Решите уравнение $2\sin^2 x = \sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку

$$\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right].$$

Ответ: _____.

2 а) Решите уравнение $2\sin^2 x = \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.

Ответ: _____.

3 а) Решите уравнение $2\cos^2 x = \sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

Ответ: _____.

4 а) Решите уравнение $\sqrt{2} \cos^2 x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку

$$\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right].$$

Ответ: _____.

5 а) Решите уравнение $2\cos^2 x = \sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

Ответ: _____.

6 а) Решите уравнение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \sqrt{2} \sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

7 а) Решите уравнение $4\sin^2 x = \operatorname{tg} x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\pi; 0]$.

Ответ: _____.

8 а) Решите уравнение $4\sin^2 x = \sqrt{3} \operatorname{tg} x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-4\pi; -3\pi]$.

Ответ: _____.

9 а) Решите уравнение $4\sin^2 x + \sqrt{2} \operatorname{tg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi; -2\pi]$.

Ответ: _____.

10 а) Решите уравнение $4\sin^2 x + \operatorname{tg} x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi; -\pi]$.

Ответ: _____.

11 а) Решите уравнение $2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3} \cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-6\pi; -5\pi]$.

Ответ: _____.

12 а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-4\pi; -3\pi]$.

Ответ: _____.

13 а) Решите уравнение $2 \sin(\pi + x) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \sin x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-5\pi; -4\pi]$.

Ответ: _____.

14 а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} = \sqrt{3}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

Ответ: _____.

15 а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = \sqrt{2}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

16 а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = -\sqrt{3}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

Ответ: _____.

- 17** а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\cos x - 3 = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\pi; 3\pi]$.

Ответ: _____.

- 18** а) Решите уравнение $2\cos^2 x + (2 - \sqrt{2})\sin x + \sqrt{2} - 2 = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi; -2\pi]$.

Ответ: _____.

- 19** а) Решите уравнение $\frac{5}{\cos^2 x} + \frac{7}{\sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)} + 2 = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: _____.

- 20** а) Решите уравнение $\frac{5}{\sin^2\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} + \frac{8}{\cos x} - 4 = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

Ответ: _____.

- 21** а) Решите уравнение $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} = 2$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

22 а) Решите уравнение $4 \operatorname{tg}^2 x + \frac{11}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} + 10 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: _____.

23 а) Решите уравнение $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 3 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

24 а) Решите уравнение $2\sin^3 x - 2\sin x + \cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: _____.

25 а) Решите уравнение $6\cos 2x - 14\cos^2 x - 7\sin 2x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

26 а) Решите уравнение $(36^{\cos x})^{\sin x} = \left(\frac{1}{6}\right)^{\sqrt{2}\sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

27 а) Решите уравнение $(25^{\sin x})^{\cos x} = 5^{\sqrt{3} \sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку

$$\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right].$$

Ответ: _____.

28 а) Решите уравнение $(64^{\cos x})^{\sin x} = 8^{\sqrt{3} \cos x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку

$$\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right].$$

Ответ: _____.

Показательные и логарифмические уравнения

1 а) Решите уравнение $2 \cdot 9^x - 11 \cdot 6^x + 3 \cdot 4^{x+1} = 0$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 3]$.

Ответ: _____.

2 а) Решите уравнение $49^{x+1} - 200 \cdot 14^x + 4^{x+2} = 0$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-5; 1]$.

Ответ: _____.

3 а) Решите уравнение $2 \cdot 4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 4 = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1; 3]$.

Ответ: _____.

4 а) Решите уравнение $9^{x+1} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4; -1]$.

Ответ: _____.

5 а) Решите уравнение $2 \cdot 4^{x+1} - 11 \cdot 2^{x+1} + 5 = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1; 2]$.

Ответ: _____ .

6 а) Решите уравнение $10 \cdot 25^x - 17 \cdot 5^x + 3 = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 1]$.

Ответ: _____ .

7 а) Решите уравнение $5 \cdot 49^x - 17 \cdot 35^x + 14 \cdot 25^x = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 2]$.

Ответ: _____ .

8 а) Решите уравнение $3 \cdot 25^x - 23 \cdot 15^x + 30 \cdot 9^x = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 4]$.

Ответ: _____ .

9 а) Решите уравнение $6^{x^2-4x+4} - 6^{x^2-4x+3} = 30$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 2]$.

Ответ: _____ .

10 а) Решите уравнение $4^{x^2-2x-2} - 4^{x^2-2x-3} = 12$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2; 4]$.

Ответ: _____ .

11 а) Решите уравнение $3 \cdot 25^{x^2+5x+1} + 105 \cdot 15^{x^2+5x} - 20 \cdot 9^{x^2+5x+1} = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2; 1]$.

Ответ: _____ .

12 а) Решите уравнение $4 \cdot 9^{x^2+3x+1} + 108 \cdot 12^{x^2+3x} - 9 \cdot 16^{x^2+3x+1} = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4; -2]$.

Ответ: _____.

13 а) Решите уравнение $\frac{7}{(3^{4-x^2} - 2)^2} - \frac{8}{3^{4-x^2} - 2} + 1 = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2; 1]$.

Ответ: _____.

14 а) Решите уравнение $\frac{5}{(2^{4-x^2} - 3)^2} - \frac{6}{2^{4-x^2} - 3} + 1 = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2; 0]$.

Ответ: _____.

СТЕРЕОМЕТРИЯ

1

Точка E — середина ребра AA_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Докажите, что сечение куба плоскостью DEB_1 является ромбом.

б) Найдите угол между прямыми DE и BD_1 .

Ответ: _____ .

2

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра $AB = 35$, $AD = 12$, $CC_1 = 21$.

а) Докажите, что высоты треугольников ABD и $A_1 B D$, проведённые к стороне BD , имеют общее основание.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и $A_1 D B$.

Ответ: _____ .

3

В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ стороны основания равны 3, боковые рёбра равны 6, точка D — середина ребра CC_1 .

а) Пусть прямые $B_1 D$ и BC пересекаются в точке E . Докажите, что угол EAB — прямой.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и ADB_1 .

Ответ: _____ .

4

В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ стороны основания равны 5, боковые рёбра равны 15, точка D — середина ребра CC_1 .

а) Пусть прямые BD и $B_1 C_1$ пересекаются в точке E . Докажите, что угол $EA_1 B_1$ — прямой.

б) Найдите угол между плоскостями $A_1 B_1 C_1$ и BDA_1 .

Ответ: _____ .

5

В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ стороны основания равны 4, боковые рёбра равны 7, точка D — середина ребра BB_1 .

а) Пусть прямые $C_1 D$ и BC пересекаются в точке E . Докажите, что угол EAC — прямой.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и ADC_1 .

Ответ: _____ .

6

Дана правильная треугольная призма $ABCA_1 B_1 C_1$, у которой сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $AA_1 = 9$. Точка M — середина ребра AC , а на ребре AA_1 взята точка T так, что $AT = 5$.

а) Докажите, что плоскость $BB_1 M$ делит отрезок $C_1 T$ пополам.

б) Плоскость BTC_1 делит отрезок MB_1 на две части. Найдите длину меньшей из них.

Ответ: _____ .

7 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $AA_1 = 9$. Точка M — середина ребра AC , а на ребре AA_1 взята точка T так, что $AT = 1$.

а) Докажите, что плоскость BB_1M делит отрезок C_1T пополам.

б) Плоскость BTC_1 делит отрезок MB_1 на две части. Найдите длину большей из них.

Ответ: _____ .

8 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $AA_1 = 9$. Точка M — середина ребра AC , а на ребре AA_1 взята точка T так, что $AT = 3$.

а) Докажите, что плоскость BB_1M делит отрезок C_1T пополам.

б) Плоскость BTC_1 делит отрезок MB_1 на две части. Найдите длину большей из них.

Ответ: _____ .

9 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 16, боковые рёбра равны 11.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью, проходящей через A_1 , B_1 и середину ребра BC , является трапецией.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через вершины A_1 , B_1 и середину ребра BC .

Ответ: _____ .

10 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 20, боковые рёбра равны 11.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью, проходящей через A_1 , B_1 и середину ребра BC , является трапецией.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через вершины A_1 , B_1 и середину ребра BC .

Ответ: _____ .

11 а) Докажите, что в правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ прямая, проходящая через середины отрезков AA_1 и BC_1 , перпендикулярна этим отрезкам.

б) В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми AA_1 и BC_1 .

Ответ: _____ .

12 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все рёбра которой равны 3, точка M — середина ребра AC , точка O — центр основания пирамиды, точка F делит отрезок SO в отношении $2 : 1$, считая от вершины пирамиды.

- Докажите, что плоскость MSF перпендикулярна ребру AC .
- Найдите угол между плоскостью MCF и плоскостью ABC .

Ответ: _____ .

13 Дана правильная треугольная пирамида $SABC$, у которой сторона основания $AB = 6$, а боковое ребро $SA = 9$. Сечение пирамиды, параллельное рёбрам AC и SB , является квадратом.

- Докажите, что это сечение делит рёбра AS , CS , CB и AB в равном отношении.
- Найдите угол между диагональю этого квадрата и плоскостью основания пирамиды.

Ответ: _____ .

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 12, а боковое ребро SA равно 8. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

- Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении $5:1$, считая от точки C .
- Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка C , а основанием — сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α .

Ответ: _____ .

15 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны рёбра $AB = 12\sqrt{3}$, $SC = 13$.

- Докажите, что прямая, проходящая через середины рёбер AS и BC , пересекает высоту пирамиды.
- Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины рёбер AS и BC .

Ответ: _____ .

16 В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = 3$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{11}$, $SB = 3\sqrt{3}$, $SD = 2\sqrt{5}$.

- Докажите, что SA — высота пирамиды.
- Найдите угол между прямой SC и плоскостью ASB .

Ответ: _____ .

17 В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 8$ и $BC = 6$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{21}$, $SB = \sqrt{85}$, $SD = \sqrt{57}$.

- Докажите, что SA — высота пирамиды.
- Найдите угол между прямыми SC и BD .

Ответ: _____ .

18 Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 4, а сторона основания равна 6. Около основания пирамиды описана окружность.

- Докажите, что отношение длины этой окружности к стороне основания равно $\pi\sqrt{2}$.
- Найдите площадь боковой поверхности конуса, основанием которого служит эта окружность, а вершина совпадает с вершиной пирамиды.

Ответ: _____ .

19 Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна $6\sqrt{2}$, а сторона основания равна 4. Около основания пирамиды описана окружность.

- Докажите, что отношение длины этой окружности к стороне основания равно $\pi\sqrt{2}$.
- Найдите площадь боковой поверхности конуса, основанием которого служит эта окружность, а вершина совпадает с вершиной пирамиды.

Ответ: _____ .

20 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S сторона основания равна 6. Точка L — середина ребра SC . Тангенс угла между прямыми BL и SA равен $0,5$.

- Пусть O — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые AS и OL параллельны.
- Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

Ответ: _____ .

21 В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M боковое ребро равно 10. Точка L — середина ребра MC . Тангенс угла между прямыми BL и AM равен $2\sqrt{\frac{1}{5}}$.

а) Пусть O — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые AM и OL параллельны.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Ответ: _____ .

22 Высота цилиндра равна 5, а радиус основания равен 26. Площадь сечения цилиндра плоскостью, проходящей параллельно оси цилиндра, равна 100.

а) Докажите, что перпендикуляр, опущенный из центра основания цилиндра на плоскость сечения, лежит в плоскости основания цилиндра.

б) Найдите расстояние от плоскости сечения до центра основания цилиндра.

Ответ: _____ .

23 Радиус основания конуса равен 6, а высота конуса равна 8. В конусе проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину конуса и хорду окружности основания, длина которой равна 4.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середину этой хорды и высоту конуса, перпендикулярна этой хорде.

б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью сечения.

Ответ: _____ .

24 Радиус основания конуса равен 4, а высота конуса равна $3\sqrt{2}$. В конусе проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину конуса и хорду окружности основания, длина которой равна $4\sqrt{2}$.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середину этой хорды и высоту конуса, перпендикулярна этой хорде.

б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью сечения.

Ответ: _____ .

25 Радиус основания конуса равен 13, а высота конуса равна 24. В конусе проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину конуса и хорду окружности основания, длина которой равна 10.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середину этой хорды и высоту конуса, перпендикулярна этой хорде.

б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью сечения.

Ответ: _____ .

26 Две параллельные плоскости, находящиеся на расстоянии 12 друг от друга, пересекают шар. Получившиеся сечения одинаковы, и площадь каждого из них равна 64π .

а) Докажите, что эти две плоскости равноудалены от центра шара.

б) Найдите площадь поверхности шара.

Ответ: _____ .

27 В правильной треугольной пирамиде стороны основания равны 12, а боковые рёбра равны 13. Около пирамиды описана сфера.

а) Докажите, что центр сферы лежит на прямой, содержащей высоту пирамиды.

б) Найдите расстояние от центра сферы до плоскости основания.

Ответ: _____ .

28 В правильной треугольной пирамиде стороны основания равны 3, а боковые рёбра равны 2. Около пирамиды описана сфера.

а) Докажите, что центр сферы лежит на прямой, содержащей высоту пирамиды.

б) Найдите расстояние от центра сферы до плоскости основания.

Ответ: _____ .

29 В правильной треугольной пирамиде стороны основания равны 15, а боковые рёбра равны 14. Около пирамиды описана сфера.

а) Докажите, что центр сферы лежит на высоте пирамиды.

б) Найдите расстояние от центра сферы до плоскости основания.

Ответ: _____ .

30 В правильной треугольной пирамиде стороны основания равны 12, а боковые рёбра равны 7. Около пирамиды описана сфера.

а) Докажите, что центр сферы лежит на прямой, содержащей высоту пирамиды.

б) Найдите расстояние от центра сферы до плоскости основания.

Ответ: _____ .

НЕРАВЕНСТВА

Дробно-рациональные неравенства

1 Решите неравенство $\frac{2}{x^2+12x+32} > \frac{1}{x^2+10x+24}$.

Ответ: _____.

2 Решите неравенство $\frac{1}{x^2-3x} + \frac{2}{x^2-12x+27} \leq 0$.

Ответ: _____.

3 Решите неравенство $\frac{1}{x^2-15x+56} + \frac{1}{x^2-19x+88} \leq 0$.

Ответ: _____.

4 Решите неравенство $\frac{x^2-4x-3}{x^2-4x+3} + \frac{x^2-4x+24}{x^2-4x} \geq 0$.

Ответ: _____.

5 Решите неравенство $\frac{x^2-3x-2}{x^2-3x+2} + \frac{x^2-3x+16}{x^2-3x} \geq 0$.

Ответ: _____.

6 Решите неравенство $\frac{x^4-2x^3+x^2}{x^2+x-2} - \frac{2x^3+x^2+x-1}{x+2} < 1$.

Ответ: _____.

7 Решите неравенство $\frac{4x^4-4x^3+x^2}{-2x^2+5x-2} + \frac{2x^3-7x^2+5x+1}{x-2} < 0$.

Ответ: _____.

8 Решите неравенство $\frac{x^3 + 1}{x + 1} + \frac{3}{x^2 - x + 1} < 4$.

Ответ: _____.

9 Решите неравенство $\frac{x^3 + 8}{x + 2} + \frac{84}{x^2 - 2x + 4} < 19$.

Ответ: _____.

10 Решите неравенство $\frac{x}{x^2 + 3} < \frac{1}{4}x^{-1}$.

Ответ: _____.

11 Решите неравенство $\frac{x}{2x^2 + 12} < \frac{1}{5}x^{-1}$.

Ответ: _____.

12 Решите неравенство

$$\frac{(x^2 + 5x + 4)(x + 1)}{x^2 + 6x + 8} + \frac{(x^2 + 4x + 3)(x + 1)}{x^2 + 5x + 6} \leq (x^2 + 1)(x^2 + 2x + 1).$$

Ответ: _____.

13 Решите неравенство

$$\frac{4x^2 + 20x + 25}{x + 1} + \frac{4x^2 + 20x + 25}{x + 3} < \frac{4x^2 + 20x + 25}{x + 2} + \frac{4x^2 + 20x + 25}{x + 4}.$$

Ответ: _____.

Показательные и логарифмические неравенства

1 Решите неравенство $2^{2x+1} - 7 \cdot 2^{x+1} + 12 \leq 0$.

Ответ: _____.

2 Решите неравенство $25^{2-3x} - 7 \cdot 5^{2-3x} + 6 \leq 0$.

Ответ: _____.

3 Решите неравенство $4^{2x-3} - 4 \cdot 2^{2x-1} + 48 \leq 0$.

Ответ: _____.

4 Решите неравенство $4^{x-3} - 127 \cdot 2^{x-3} + 250 \geq 0$.

Ответ: _____.

5 Решите неравенство $7^x - 7^{1-x} + 6 > 0$.

Ответ: _____.

6 Решите неравенство $25^{x-1} - 129 \cdot 5^{x-2} + 20 \leq 0$.

Ответ: _____.

7 Решите неравенство $16^{x-1} - 67 \cdot 4^{x-2} + 12 \leq 0$.

Ответ: _____.

8 Решите неравенство $9^{x-1} - 35 \cdot 3^{x-2} + 24 \leq 0$.

Ответ: _____.

9 Решите неравенство $\left(\frac{\sqrt{29}}{6}\right)^{\frac{x^2-2x-3}{x^2-2x+1}} \geq 1$.

Ответ: _____.

10 Решите неравенство $\left(\frac{\sqrt{31}}{7}\right)^{\frac{x^2-25}{x^2-6x+9}} \geq 1$.

Ответ: _____.

11 Решите неравенство $\frac{30 \cdot 5^{x+3} - 0,2^{x+1}}{5^{3-x} - 25^{1-x}} > 5^{x-3}$.

Ответ: _____.

12 Решите неравенство $\log_{x-1}(x^2 - 12x + 36) \leq 0$.

Ответ: _____.

13 Решите неравенство $\log_{x^2-6x+9}(7-x) \leq 0$.

Ответ: _____.

14 Решите неравенство $\log_{(x-1)^2}(x^2 - 4x + 4) < 0$.

Ответ: _____.

15 Решите неравенство $\log_{x^2-4x+4}(3-x) \leq 0$.

Ответ: _____.

16 Решите неравенство $\log_{x^2-12x+36}(9+x) \leq 0$.

Ответ: _____.

17 Решите неравенство $\log_{\sqrt{17}-x}(7\sqrt{17} + (\sqrt{17}-7)x - x^2) \leq 1$.

Ответ: _____.

18 Решите неравенство $\log_{x^3-6x^2+12x-8}(10-x) \geq 0$.

Ответ: _____.

19 Решите неравенство $\log_{x+5}(27-27x+9x^2-x^3) \geq 0$.

Ответ: _____.

20 Решите неравенство $\log_{x+10}(-8-12x-6x^2-x^3) \geq 0$.

Ответ: _____.

21 Решите неравенство $\log_{x+1}(2x+7) \cdot \log_{x+1} \frac{2x+7}{(x+1)^3} < -2$.

Ответ: _____.

22 Решите неравенство $\log_{1+\frac{x}{2}}(x+7) \cdot \log_{0,5x+1} \frac{x+7}{\left(\frac{x}{2}+1\right)^3} < -2$.

Ответ: _____.

23 Решите неравенство $\log_{1,5(x+1)}(3x+8) \cdot \log_{1,5x+1,5} \frac{3x+8}{(1,5x+1,5)^3} < -2$.

Ответ: _____.

24 Решите неравенство $\log_{1,5x+1}(3x+7) \cdot \log_{1+\frac{3x}{2}} \frac{24x+56}{(3x+2)^3} < -2$.

Ответ: _____.

25 Решите неравенство $7 \log_9(x^2-x-6) \leq 8 + \log_9 \frac{(x+2)^7}{x-3}$.

Ответ: _____.

26 Решите неравенство $\log_2^2(x^4 - 4x^2 + 4) + 4\log_2(2x^2 - 4) - 12 \geq 0$.

Ответ: _____ .

27 Решите неравенство $\log_{1-\frac{x^2}{26}}(x^2 - 10|x| + 26) - \log_{1+\frac{x^2}{26}}(x^2 - 10|x| + 26) \geq 0$.

Ответ: _____ .

ПЛАНИМЕТРИЯ

1 Медианы AM и BN треугольника ABC перпендикулярны и пересекаются в точке P .

а) Докажите, что $CP = AB$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AC = 3$ и $BC = 4$.

Ответ: _____ .

2 Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 30$.

Ответ: _____ .

3 В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , K и M — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .

а) Докажите, что прямые MK и AC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника KBM , если известно, что $AC = 10$, $BC = 6$, $AB = 8$.

Ответ: _____ .

4 В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность, CH — высота трапеции.

а) Докажите, что центр окружности, вписанной в трапецию, лежит на отрезке BH .

б) Найдите диагональ AC , если известно, что средняя линия трапеции равна $2\sqrt{7}$, а $\angle AOD = 120^\circ$, где O — центр окружности, вписанной в трапецию, а AD — большее основание.

Ответ: _____ .

5 Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 4$, $BC = 6$ и $AC = 8$.

а) Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения медиан и центр вписанной окружности, параллельна стороне BC .

б) Найдите длину биссектрисы треугольника ABC , проведённой из вершины A .

Ответ: _____ .

6 На сторонах AB , BC , CD и AD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки K , L , M и N соответственно, причём $\frac{AK}{KB} = \frac{BL}{LC} = \frac{CM}{MD} = \frac{DN}{NA}$.

а) Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ — параллелограмм, а его центр совпадает с центром параллелограмма $ABCD$.

б) Найдите отношение площадей параллелограммов $KLMN$ и $ABCD$, если известно, что $\frac{AK}{KB} = 2$.

Ответ: _____ .

7 Окружность с центром O касается боковой стороны AB равнобедренного треугольника ABC , продолжения боковой стороны AC и продолжения основания BC в точке N . Точка M — середина основания BC .

а) Докажите, что $AN = OM$.

б) Найдите OM , если стороны треугольника ABC равны 10, 10 и 12.

Ответ: _____ .

8 Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника DKC , если известно, что радиусы окружностей равны 1 и 4.

Ответ: _____ .

9 Окружности разных радиусов с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B . Хорда AC большей окружности пересекает меньшую окружность в точке M и делится этой точкой пополам.

а) Докажите, что проекция отрезка O_1O_2 на прямую AC в четыре раза меньше AC .

б) Найдите O_1O_2 , если известно, что радиусы окружностей равны 5 и 17, а $AC = 16$.

Ответ: _____ .

- 10** Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 3$, $BC = 5$, $CD = 5$, $AD = 8$ и диагональю $AC = 7$.
- Докажите, что около него можно описать окружность.
 - Найдите диагональ BD .

Ответ: _____ .

- 11** Медианы AM и BN треугольника ABC перпендикулярны и пересекаются в точке P .
- Докажите, что $CP = AB$.
 - Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AC = 4$ и $BC = 7$.

Ответ: _____ .

- 12** Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.
- Докажите, что треугольник ABC — прямоугольный.
 - Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 20$.

Ответ: _____ .

- 13** В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , K и M — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .
- Докажите, что MK и AC параллельны.
 - Найдите площадь треугольника KBM , если известно, что $AC = 13$, $BC = 5$, $AB = 12$.

Ответ: _____ .

- 14** В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность, CH — высота трапеции.
- Докажите, что центр окружности, вписанной в трапецию, лежит на отрезке BH .
 - Найдите диагональ AC , если известно, что средняя линия трапеции равна $2\sqrt{5}$, а $\angle AOD = 150^\circ$, где O — центр окружности, вписанной в трапецию, а AD — большее основание.

Ответ: _____ .

15 Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 4$, $BC = 5$ и $AC = 6$.

а) Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения медиан и центр вписанной окружности, параллельна стороне BC .

б) Найдите длину биссектрисы треугольника ABC , проведённой из вершины A .

Ответ: _____.

16 На сторонах AB , BC , CD и AD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки

K , L , M и N соответственно, причём $\frac{AK}{KB} = \frac{BL}{LC} = \frac{CM}{MD} = \frac{DN}{NA}$.

а) Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ — параллелограмм, а его центр совпадает с центром параллелограмма $ABCD$.

б) Найдите отношение площадей параллелограммов $KLMN$ и $ABCD$, если известно, что $AK : KB = 3 : 2$.

Ответ: _____.

17 Окружность с центром O касается боковой стороны AB равнобедренного треугольника ABC , продолжения боковой стороны AC и продолжения основания BC в точке N . Точка M — середина основания BC .

а) Докажите, что $AN = OM$.

б) Найдите OM , если стороны треугольника ABC равны 13, 13 и 10.

Ответ: _____.

18 Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника DKC , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 9.

Ответ: _____.

19 Окружности с центрами O_1 и O_2 разных радиусов пересекаются в точках A и B . Хорда AC большей окружности пересекает меньшую окружность в точке M и делится этой точкой пополам.

а) Докажите, что проекция отрезка O_1O_2 на прямую AC в четыре раза меньше AC .

б) Найдите O_1O_2 , если известно, что радиусы окружностей равны 15 и 25, а $AC = 48$.

Ответ: _____.

20 Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 5$, $BC = CD = 3$, $AD = 8$ и диагональю $AC = 7$.

а) Докажите, что около него можно описать окружность.

б) Найдите диагональ BD .

Ответ: _____.

21 Медианы AM и BN треугольника ABC перпендикулярны и пересекаются в точке P .

а) Докажите, что $CP = AB$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AC = 6$ и $BC = 7$.

Ответ: _____.

22 Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 26$.

Ответ: _____.

23 В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , K и M — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .

а) Докажите, что MK и AC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника KBM , если известно, что $AC = 17$, $BC = 8$, $AB = 15$.

Ответ: _____.

24 В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность, CH — высота трапеции.

а) Докажите, что центр окружности, вписанной в трапецию, лежит на отрезке BH .

б) Найдите диагональ AC , если известно, что средняя линия трапеции равна $\sqrt{6}$, а $\angle AOD = 135^\circ$, где O — центр окружности, вписанной в трапецию, а AD — большее основание.

Ответ: _____.

25 Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 5$, $BC = 9$ и $AC = 10$.

а) Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения медиан и центр вписанной окружности, параллельна стороне BC .

б) Найдите длину биссектрисы треугольника ABC , проведённой из вершины A .

Ответ: _____.

26 На сторонах AB , BC , CD и AD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки K , L , M и N соответственно, причём $\frac{AK}{KB} = \frac{BL}{LC} = \frac{CM}{MD} = \frac{DN}{NA}$.

а) Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ — параллелограмм, а его центр совпадает с центром параллелограмма $ABCD$.

б) Найдите отношение площадей параллелограммов $KLMN$ и $ABCD$, если известно, что $AK : KB = 2 : 5$.

Ответ: _____.

27 Окружность с центром O касается боковой стороны AB равнобедренного треугольника ABC , продолжения боковой стороны AC и продолжения основания BC в точке N . Точка M — середина основания BC .

а) Докажите, что $AN = OM$.

б) Найдите OM , если стороны треугольника ABC равны 13, 13 и 24.

Ответ: _____.

28 Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника DKC , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 25.

Ответ: _____ .

29 Окружности с центрами O_1 и O_2 разных радиусов пересекаются в точках A и B . Хорда AC большей окружности пересекает меньшую окружность в точке M и делится этой точкой пополам.

а) Докажите, что проекция отрезка O_1O_2 на прямую AC в четыре раза меньше AC .

б) Найдите O_1O_2 , если известно, что радиусы окружностей равны 10 и 15, а $AC = 24$.

Ответ: _____ .

30 Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 9$, $BC = CD = 11$, $AD = 15$ и диагональю $AC = 16$.

а) Докажите, что около него можно описать окружность.

б) Найдите диагональ BD .

Ответ: _____ .

ИССЛЕДОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ (ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРОМ)

1 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
$$4x^3 - ax^2 + 2x - 1 = 0$$
имеет хотя бы одно решение на интервале $(0; 1)$.

Ответ: _____ .

2 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
$$x^3 + ax^2 + 3x - 2 = 0$$
не имеет ни одного решения на интервале $(0; 2)$.

Ответ: _____ .

3 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
$$8x^6 - (3x + 5a)^3 + 2x^2 - 3x = 5a$$
имеет более одного корня.

Ответ: _____ .

4 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
$$27x^6 + (4a - 2x)^3 + 6x^2 - 4x = -8a$$
имеет более одного корня.

Ответ: _____ .

5 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
$$x^6 + (5a - 8x)^3 + 3x^2 - 24x = -15a$$
имеет более одного корня.

Ответ: _____ .

6 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
$$64x^6 - (3x + a)^3 + 4x^2 - 3x = a$$
имеет более одного корня.

Ответ: _____ .

7 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
$$27x^6 + (a - 2x)^3 + 9x^2 - 6x = -3a$$
имеет более одного корня.

Ответ: _____ .

8 Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение

$$8x^6 + (a - |x|)^3 + 2x^2 - |x| + a = 0$$

имеет более трёх различных решений.

Ответ: _____ .

9 Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ: _____ .

10 Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 15|$ больше 1.

Ответ: _____ .

11 Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 4ax + |x^2 - 6x + 5|$ больше, чем -24 .

Ответ: _____ .

12 Найти все значения a , такие, что для любого x выполняется неравенство

$$|x + 1| + 2|x + a| > 3 - 2x.$$

Ответ: _____ .

13 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x^2 - a| - 1$$

имеет ровно три различных корня.

Ответ: _____ .

14 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 10|x| + 5\sqrt{3x^2 + 25} = 5a + 3|3x - 5a|$$

имеет хотя бы один корень.

Ответ: _____ .

15 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 11|x| + \sqrt{5x^2 + 9} = 2a + 5|2x - a|$$

имеет хотя бы один корень.

Ответ: _____.

16 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 13|x| + 5\sqrt{4x^2 + 9} = 3a + 3|4x - 3a|$$

имеет хотя бы один корень.

Ответ: _____.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 8|x| + 2\sqrt{5x^2 + 1} = 2a + 3|2x - 3a|$$

имеет хотя бы один корень.

Ответ: _____.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 8|x - 5| + 2\sqrt{x^2 - 10x + 29} = 2a + |x - 2a - 5|$$

имеет хотя бы один корень.

Ответ: _____.

19 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 9|x - 3| + 3\sqrt{x^2 - 6x + 13} = 4a + 2|x - 2a - 3|$$

имеет хотя бы один корень.

Ответ: _____.

20 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 6|x - 2| + 4\sqrt{x^2 - 4x + 13} = 3a + 4|x - a - 2|$$

имеет хотя бы один корень.

Ответ: _____.

21 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 10|x - 1| + 3\sqrt{x^2 - 2x + 10} = 3a + 3|x - a - 1|$$

имеет хотя бы один корень.

Ответ: _____.

22 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{a - 4\sin^4 x} = \cos x^2$$
 имеет хотя бы один корень.

Ответ: _____.

23 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{a - 9\cos^4 x} = \sin^2 x$$
 имеет хотя бы один корень.

Ответ: _____.

24 Найдите все значения a , для каждого из которых область значения

функции $y = \frac{\sin x + a}{\cos 2x - 2}$ содержит число 2.

Ответ: _____.

25 Найдите все значения a , для каждого из которых область значений

функции $y = \frac{\cos 3x + a}{\cos 6x + 5}$ содержит число 1.

Ответ: _____.

26 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений

функции $y = \frac{\sqrt{a} - 2\cos x + 1}{\sin^2 x + a + 2\sqrt{a} + 1}$ содержит отрезок $[2; 3]$.

Ответ: _____.

27 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений

функции $y = \frac{\sqrt{a+1} - 2\cos 3x + 1}{\sin^2 3x + a + 2\sqrt{a+1} + 2}$ содержит отрезок $[2; 3]$.

Ответ: _____.

28Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение

$$|3\cos^2 x + a + 4| + |3\cos^2 x - 2a - 5| = 2 - a$$

имеет хотя бы одно решение.

Ответ: _____ .

29Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\log_3 x - 4(a + 9x + 5) = -1$$

имеет единственное решение на промежутке $\left(\frac{4}{3}; 2\right]$.

Ответ: _____ .

30Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 2|xy - 3y - 4x + 12| = a^2 + 2a - z - 30, \\ 3a^2 - a - z - 32 = 0, \\ z - x^2 - y^2 + 6x + 8y = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

Ответ: _____ .

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

1 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 1,1 млн рублей.

Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга.

На какое минимальное количество месяцев возможно взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 137,5 тыс. рублей?

Ответ: _____ .

2 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 6 902 000 рублей.

Условия его возврата таковы:

– 1 января каждого года долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года;

– выплата части долга происходит в январе каждого года равными суммами после начисления процентов.

Какую сумму нужно возвращать банку ежегодно, чтобы выплатить долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Ответ: _____ .

3 15 января 2012 года банк выдал кредит на сумму 1 млн рублей. Условия его возврата были таковы:

Условия его возврата были таковы:

– 1 января каждого года долг возрастает на $a\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

– выплата части долга происходит в январе каждого года после начисления процентов.

Кредит был погашен за два года, и при этом в первый год была переведена сумма в 600 тыс. рублей, а во второй раз — 550 тыс. рублей.

Найдите a .

Ответ: _____ .

4 15 июля 2012 года взяли кредит в банке. Условия его возврата были таковы:

– 1 января каждого года долг возрастает на 14% по сравнению с концом предыдущего года;

– выплата части долга происходит с февраля по июнь каждого года после начисления процентов.

Кредит был погашен двумя равными платежами по 4 548 600 рублей (то есть за два года). Какую сумму банк выдал в кредит?

Ответ: _____ .

5 15 января планируется взять кредит в банке. Условия его возврата таковы:

- 1 января каждого года долг возрастает на $a\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- выплата части долга происходит в январе каждого года после начисления процентов.

Если переводить в банк каждый год по 2 073 600 рублей, то кредит можно выплатить за 4 года. Если по 3 513 600 рублей, то за 2 года.

Найдите a .

Ответ: _____ .

6 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 1,2 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования?

Ответ: _____ .

7 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 1,5 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования?

Ответ: _____ .

8

15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 933 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования?

Ответ: _____ .

9

15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 798,75 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования?

Ответ: _____ .

10

15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 1399,5 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Ответ: _____ .

11 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 1695 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Ответ: _____ .

12 15 января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на пятый месяц (со 2 по 14 июня) кредитования нужно выплатить банку 44 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку в течение всего срока кредитования?

Ответ: _____ .

13 15 января планируется взять кредит в банке на 7 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на четвёртый месяц (со 2 по 14 мая) кредитования нужно выплатить банку 54 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку в течение всего срока кредитования?

Ответ: _____ .

14 15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 24% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r .

Ответ: _____.

15 15 января планируется взять кредит в банке на 12 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 13% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r .

Ответ: _____.

16 15 января планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

Ответ: _____.

17 15 января планируется взять кредит в банке на 8 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

Ответ: _____ .

18 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 1,2 млн. Условия его возврата таковы:

- 1 января каждого года долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- выплата части долга происходит в январе каждого года равными суммами после начисления процентов.

На какое минимальное количество лет возможно взять кредит, чтобы ежегодные выплаты составляли не более 330 тысяч рублей?

Ответ: _____ .

19 У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 300 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 4000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 5000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

Ответ: _____ .

20 У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 500 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 5000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 8000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

Ответ: _____ .

21 На каждом из двух комбинатов работает по 1000 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 3 детали A или 1 деталь B . На втором комбинате для изготовления $10t$ деталей (и A , и B) требуется t^2 человеко-смен.

Оба эти комбината поставляют на комбинат детали, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна 1 деталь A и 3 детали B . При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

Ответ: _____ .

22 На каждом из двух комбинатов работает по 200 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 2 детали A или 2 детали B . На втором комбинате для изготовления $10t$ деталей (и A , и B) требуется t^2 человеко-смен.

Оба эти комбината поставляют на комбинат детали, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна 1 деталь A и 1 деталь B . При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

Ответ: _____ .

23 На каждом из двух комбинатов работает по 1800 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 1 деталь A или 2 детали B . На втором комбинате для изготовления $10t$ деталей (и A , и B) требуется t^2 человеко-смен.

Оба эти комбината поставляют на комбинат детали, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна или 1 деталь A , или 1 деталь B . При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

Ответ: _____ .

24 На каждом из двух комбинатов работает по 200 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 1 деталь A или 3 детали B . На втором комбинате для изготовления $10t$ деталей (и A , и B) требуется t^2 человеко-смен.

Оба эти комбината поставляют на комбинат детали, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна или 1 деталь *A*, или 1 детали *B*. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

Ответ: _____ .

25 На каждом из двух комбинатов изготавливают детали *A* и *B*. На первом комбинате работают 40 человек, и один рабочий изготавливает за смену 15 деталей *A* или 5 деталей *B*. На втором комбинате работают 160 человек, и один рабочий изготавливает за смену 5 деталей *A* или 15 деталей *B*.

Оба эти комбината поставляют на комбинат детали, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна 2 детали *A* и 1 деталь *B*. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

Ответ: _____ .

26 На каждом из двух комбинатов изготавливают детали *A* и *B*. На первом комбинате работают 40 человек, и один рабочий изготавливает за смену 5 деталей *A* или 15 деталей *B*. На втором комбинате работают 100 человек, и один рабочий изготавливает за смену 15 деталей *A* или 5 деталей *B*.

Оба эти комбината поставляют на комбинат детали, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна 2 детали *A* и 1 деталь *B*. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

Ответ: _____ .

27 На каждом из двух комбинатов изготавливают детали *A* и *B*. На первом комбинате работают 60 человек, и один рабочий изготавливает за смену 10 деталей *A* или 15 деталей *B*. На втором комбинате работают 260 человек, и один рабочий изготавливает за смену 15 деталей *A* или 10 деталей *B*.

Оба эти комбината поставляют на комбинат детали, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужны 2 детали *A* и 1 деталь *B*. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

Ответ: _____ .

28 Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 855 квадратных метров. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 3000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

Ответ: _____ .

29 Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

Ответ: _____ .

30 В начале 2001 года Алексей приобрёл ценные бумаги за 25 000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 3000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценные бумаги, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

Ответ: _____ .

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ

1

Дана арифметическая прогрессия (с разностью, отличной от нуля), составленная из натуральных чисел, десятичная запись которых не содержит цифр 8 и 9.

- а) Может ли в такой прогрессии быть 6 членов?
- б) Докажите, что число её членов меньше 70.
- в) Докажите, что число членов всякой такой прогрессии не больше 32.
- г) Приведите пример такой прогрессии с 32 членами.

Ответ: _____ .

2

Дана арифметическая прогрессия (с разностью, отличной от нуля), составленная из натуральных чисел, десятичная запись которых не содержит цифры 9.

- а) Может ли в такой прогрессии быть 10 членов?
- б) Докажите, что число её членов меньше 100.
- в) Докажите, что число членов всякой такой прогрессии не больше 72.
- г) Приведите пример такой прогрессии с 72 членами.

Ответ: _____ .

3

Дана арифметическая прогрессия (с разностью, отличной от нуля), составленная из натуральных чисел, начинающихся с цифры 9 и не содержащих цифру 0.

- а) Может ли в такой прогрессии быть 10 членов?
- б) Докажите, что число её членов меньше 100.
- в) Докажите, что число членов всякой такой прогрессии не больше 72.
- г) Приведите пример такой прогрессии с 72 членами.

Ответ: _____ .

4

Дана арифметическая прогрессия (с разностью, отличной от нуля), составленная из натуральных чисел, начинающихся с цифры 9 и не содержащих цифру 0 и 1.

- а) Может ли в такой прогрессии быть 6 членов?
- б) Докажите, что число её членов меньше 70.
- в) Докажите, что число членов всякой такой прогрессии не больше 32.
- г) Приведите пример такой прогрессии с 32 членами.

Ответ: _____ .

5

Дана бесконечная арифметическая прогрессия, первый член которой равен 2013, а разность равна 8. С каждым членом прогрессии провели следующую операцию: заменили его суммой его цифр, полученное число тоже заменили суммой его цифр и действовали так до тех пор, пока не получилось однозначное число.

- а) Найдите тысячное число получившейся последовательности.
- б) Найдите сумму первой тысячи чисел получившейся последовательности.
- в) Чему может равняться наибольшая сумма 1010 чисел получившейся последовательности, идущих подряд?

Ответ: _____.

6

Дана бесконечная арифметическая прогрессия, первый член которой равен 2011, а разность равна 11. С каждым членом прогрессии провели следующую операцию: заменили его суммой его цифр, полученное число тоже заменили суммой его цифр и действовали так до тех пор, пока не получилось однозначное число.

- а) Найдите тысячное число получившейся последовательности.
- б) Найдите сумму первой тысячи чисел получившейся последовательности.
- в) Чему может равняться наибольшая сумма 1010 чисел получившейся последовательности, идущих подряд?

Ответ: _____.

7

Все члены геометрической прогрессии — различные натуральные числа, заключённые между числами 210 и 350.

- а) Может ли такая прогрессия состоять из четырёх членов?
- б) Может ли такая прогрессия состоять из пяти членов?

Ответ: _____.

8

Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 1008, и

- а) пять;
 - б) четыре;
 - в) три
- из них образуют геометрическую прогрессию?

Ответ: _____.

9 В возрастающей последовательности натуральных чисел каждые три последовательных члена образуют либо арифметическую, либо геометрическую прогрессию. Первый член последовательности равен 1, а последний — 2046.

- а) Может ли в последовательности быть три члена?
- б) Может ли в последовательности быть четыре члена?
- в) Может ли в последовательности быть меньше 2046 членов?

Ответ: _____ .

10 Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 7 раз больше, либо в 7 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 1905.

- а) Может ли последовательность состоять из двух членов?
- б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?
- в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

Ответ: _____ .

11 Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 8 раз больше, либо в 8 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 5984.

- а) Может ли последовательность состоять из двух членов?
- б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?
- в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

Ответ: _____ .

12 Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 9 раз больше, либо в 9 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3399.

- а) Может ли последовательность состоять из двух членов?
- б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?
- в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

Ответ: _____ .

13 В ряд выписаны числа: $1^2, 2^2, \dots, (N-1)^2, N^2$. Между ними произвольным образом расставляют знаки «+» и «-» и находят получившуюся сумму. Может ли такая сумма равняться:

- а) 12, если $N = 12$?
- б) 0, если $N = 70$?
- в) 0, если $N = 48$?
- г) -3 , если $N = 90$?

Ответ: _____.

14 Натуральные числа m и n таковы, что и $m^3 + n$, и $m + m^3$ делится на $m^2 + n^2$. Найдите m и n .

Ответ: _____.

15 Четыре натуральных числа a, b, c и d таковы, что $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$.

- а) Могут ли все эти числа быть попарно различны?
- б) Может ли одно из этих чисел равняться 7?
- в) Найдите все возможные наборы таких чисел, среди которых есть равные.

Ответ: _____.

16 Четыре натуральных числа a, b, c и d таковы, что $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$.

- а) Могут ли все числа быть попарно различны?
- б) Может ли одно из этих чисел равняться 9?
- в) Найдите все возможные наборы чисел, среди которых ровно два числа равны.

Ответ: _____.

17 Учитель пишет примеры на сложение трёх натуральных чисел так, чтобы во всех примерах ответом было одно и то же число N , при этом он хочет, чтобы все слагаемые во всех примерах (даже в различных примерах) были различны.

- а) Можно ли написать 2 таких примера, если $N = 12$?
- б) Можно ли написать 5 таких примеров, если $N = 40$?
- в) Можно ли написать 10 таких примеров, если $N = 40$?

Ответ: _____.

18 Учитель пишет примеры на сложение трёх натуральных чисел так, чтобы во всех примерах ответом было одно и то же число N , при этом он хочет, чтобы все слагаемые во всех примерах (даже в различных примерах) были различны.

- а) Можно ли написать 2 таких примера, если $N = 13$?
- б) Можно ли написать 6 таких примеров, если $N = 44$?
- в) Можно ли написать 11 таких примеров, если $N = 44$?

Ответ: _____ .

19 Учитель пишет примеры на сложение трёх натуральных чисел так, чтобы во всех примерах ответом было одно и то же число N , при этом он хочет, чтобы все слагаемые во всех примерах (даже в различных примерах) были различны.

- а) Можно ли написать 2 таких примера, если $N = 14$?
- б) Можно ли написать 7 таких примеров, если $N = 51$?
- в) Можно ли написать 13 таких примеров, если $N = 51$?

Ответ: _____ .

20 Учитель пишет примеры на сложение трёх натуральных чисел так, чтобы во всех примерах ответом было одно и то же число N , при этом он хочет, чтобы все слагаемые во всех примерах (даже в различных примерах) были различны.

- а) Можно ли написать 2 таких примера, если $N = 15$?
- б) Можно ли написать 8 таких примеров, если $N = 55$?
- в) Можно ли написать 12 таких примеров, если $N = 55$?

Ответ: _____ .

21 На доске было написано 30 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 7. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 1, с доски стёрли.

- а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 14?
- б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 12, но меньше 13?
- в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

Ответ: _____ .

22 Имеются 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел: $-11, 12, 13, -14, -15, 17, -18, 19$. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел: $-11, 12, 13, -14, -15, 17, -18, 19$. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

- а) Может ли в результате получиться 0?
- б) Может ли в результате получиться 117?
- в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

Ответ: _____ .

23 Имеются 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел: $101, -102, -103, 104, 105, -107, -108, 109$. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел: $101, -102, -103, 104, 105, -107, -108, 109$. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

- а) Может ли в результате получиться 0?
- б) Может ли в результате получиться 21?
- в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

Ответ: _____ .

24 Имеются 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел: $-111, 112, 113, -114, -115, 117, -118, 119$. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел: $-111, 112, 113, -114, -115, 117, -118, 119$. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

- а) Может ли в результате получиться 0?
- б) Может ли в результате получиться 77?
- в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

Ответ: _____ .

25 Имеются 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел: $-191, 192, 193, -194, -195, 197, -198, 199$. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел: $-191, 192, 193, -194, -195, 197, -198, 199$. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

- а) Может ли в результате получиться 0?
- б) Может ли в результате получиться 101?
- в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

Ответ: _____ .

26 а) Приведите пример натурального числа, которое в 12 раз больше суммы своих цифр.

б) Существует ли натуральное число, которое в 11 раз больше суммы своих цифр?

в) Найдите все натуральные числа, которые в 1812 раз больше суммы своих цифр.

Ответ: _____ .

27 Произведение нескольких различных простых чисел делится на каждое из этих чисел, уменьшенное на 1. Чему может быть равно это произведение?

Ответ: _____ .

28 За новогодним столом дети ели бутерброды и конфеты, причём каждый что-то ел, и может быть так, что кто-то ел и то, и другое. Известно, что мальчиков, евших бутерброды, было не более чем $\frac{5}{11}$ от общего числа детей, евших бутерброды, а мальчиков, евших конфеты, было не более $\frac{1}{6}$ от общего числа детей, евших конфеты.

а) Могло ли за столом быть 11 мальчиков, если дополнительно известно, что всего за столом было 22 ребёнка?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть за столом, если дополнительно известно, что всего за столом было 22 ребёнка?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа детей без дополнительного условия пунктов а) и б)?

Ответ: _____ .

29

У каждого ученика в классе дома живёт кошка или собака, а у некоторых, возможно, — и кошка, и собака. Известно, что мальчиков, имеющих собак, не более $\frac{1}{4}$ от общего числа учеников, имеющих собак, а мальчиков, имеющих кошек, не более $\frac{5}{11}$ от общего числа учеников, имеющих кошек.

а) Может ли быть в классе 11 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в классе 21 ученик?

б) Какое наибольшее количество мальчиков может быть в классе, если дополнительно известно, что всего в классе 21 ученик?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учеников без дополнительного условия пунктов а) и б)?

Ответ: _____ .

ОТВЕТЫ

ЧАСТЬ 1. ЗАДАНИЯ С КРАТКИМ ОТВЕТОМ

ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ

Степени и корни

1	2	3	4	5	6	7
7	3	5	2	1024	25	10
8	9	10	11	12	13	14
49	64	80	256	512	25	16

Тригонометрические выражения

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-0,4	0,5	-0,3	0,2	32	-3	24	23	16	14
11	12	13	14	15					
-1	-20,4	-12,74	-13	-15					

Логарифмы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
162	468	144	12	2	21	1	7	2	-1	2

ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

Графическое представление данных

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
144	1010	394	14	8	8	12	6	7	-1
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
24	28	5	30	10	4	17	3	4	4
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
7	30	12	3	10	7				

Практические расчёты

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	2	5040	10	20	9	55	14	5	47
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
424,8	165	570	458	9840	9	300	970	12	25
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
120	81	53	9	7	6	22	27	15	22 825

Вычисление по формулам

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
21	9	9,8	10,1	9,2	8,8	9	11	2,1	0,44
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
12	24	60	7000	30	1280	40	11 250	189	30
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2,5	5	7	5,55	24,36	5,55	16,28	9,72	55	1,5

Вероятность

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,125	0,375	0,25	0,25	0,25	0,4	0,25	0,85	0,95	0,84
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0,7	0,02	0,25	0,3	0,125	0,25	0,034	0,045	0,52	0,04
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0,51	0,3	0,3	4	0,4	0,25	0,125	0,07	0,81	0,69

УРАВНЕНИЯ

Простейшие уравнения с одной переменной

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-16	55	-25	-4	13	4	-33,5	-5	13	4
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
-39	-1	28	-0,2	-2	-1	-8,5	-1	6,75	-1,5
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
-5	1	2,5	-41	15	-5	129	3	-6	-30

Решение текстовых задач с помощью уравнений

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
48	77	20	6	3	17	4	22	77	8
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
9	2	16	10	6	8	8	26	40	9
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
26	14	931	33	14	20	70	75	7	12

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

Чтение графиков, простейшие свойства функций

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	4	4	4	3	3	3	4	-3	-1
11	12	13	14	15					
4	-3	2	-3	1					

Элементы математического анализа

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-2	-0,25	1,5	-1,25	3	-3	2	4	7	5
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	3	3	2	2	2	13,5	20	6	5
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
6	17	14	8	4	4	2	2	-4	33
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
-3	2	170	-13	2	11	7	11	13	-2

ГЕОМЕТРИЯ

Простые задачи по геометрии на плоскости

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	6	9	6	16	3	85	36	60	21
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
25	72	18	56	2,5	2,5	6,25	0,8	-3	0,5
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
127	104	36	54	79	88	19	78	56	114
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
124	160	2,5	12	26	4	4	3	0,75	3

Простые задачи по стереометрии

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
104	24	24	1375	2000	3	3	0,75	441	512
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
216	20,25	90	232	128	72	512	1000	54	96
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
222	416	25	48	8	51	234	23	18	142

ЧАСТЬ 2. ЗАДАНИЯ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

УРАВНЕНИЯ

Тригонометрические уравнения

1	а) $\pi n, \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$. б) $-3\pi; -2\pi; -\frac{5\pi}{3}$
2	а) $\pi n, \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$. б) $\frac{14\pi}{3}; 5\pi; 6\pi$
3	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$. б) $\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; \frac{17\pi}{6}$
4	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$. б) $-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}; -\frac{9\pi}{4}$
5	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$. б) $-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}$
6	а) $\pi n, n \in Z; \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$. б) $3\pi; \frac{13\pi}{4}; 4\pi$
7	а) $\pi n, n \in Z; \frac{\pi}{12} + \pi k, k \in Z; \frac{5\pi}{12} + \pi m, m \in Z$. б) $-\pi; -\frac{11\pi}{12}; -\frac{7\pi}{12}; 0$
8	а) $\pi n, n \in Z; \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z; \frac{\pi}{3} + \pi m, m \in Z$. б) $-4\pi; -\frac{23\pi}{6}; -\frac{11\pi}{3}; -3\pi$
9	а) $\pi n, n \in Z; -\frac{\pi}{8} + \pi k, k \in Z; -\frac{3\pi}{8} + \pi m, m \in Z$. б) $-3\pi; -\frac{19\pi}{8}; -\frac{17\pi}{8}; -2\pi$
10	а) $\pi n, n \in Z; -\frac{\pi}{12} + \pi k, k \in Z; -\frac{5\pi}{12} + \pi m, m \in Z$. б) $-2\pi; -\frac{17\pi}{12}; -\frac{13\pi}{12}; -\pi$
11	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$. б) $-\frac{11\pi}{2}$

12	a) $\frac{\pi}{2} + \pi k, -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z.$ б) $-\frac{7\pi}{2}$
13	a) $\pi n; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z.$ б) $-5\pi; -\frac{14\pi}{3}; -4\pi$
14	a) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z.$ б) $-\frac{7\pi}{6}$
15	a) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z.$ б) $-\frac{11\pi}{4}; -\frac{9\pi}{4}$
16	a) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z.$ б) $\frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}$
17	a) $\pi + 2\pi k, \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \frac{4\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z.$ б) $\pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, 3\pi$
18	a) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z.$ б) $-\frac{11\pi}{4}, -\frac{9\pi}{4}$
19	a) $\pi + 2\pi n, n \in Z.$ б) -3π
20	a) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z.$ б) $-\frac{4\pi}{3}$
21	a) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z; \pi + 2\pi n, n \in Z.$ б) $-\frac{5\pi}{3}; -\pi$
22	a) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z.$ б) $-\frac{7\pi}{3}$
23	a) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z.$ б) $+\frac{23\pi}{6}; -\frac{19\pi}{6}$
24	a) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z.$ б) $-\frac{7\pi}{2}; -\frac{19\pi}{6}; -\frac{5\pi}{2}$
25	a) $-\frac{\pi}{4} + \pi k, \pi k - \arctg \frac{4}{3}, k \in Z.$ б) $-\arctg \frac{4}{3} - \pi, -\frac{5\pi}{4}$
26	a) $\pi k, \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z.$ б) $-\pi; -\frac{3\pi}{4}; 0$
27	a) $\pi k, \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z.$ б) $3\pi; \frac{23\pi}{6}; 4\pi$
28	a) $\frac{\pi}{2} + \pi k, \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z.$ б) $\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{3}; \frac{5\pi}{2}$

Показательные и логарифмические уравнения

1	a) $1; \log_{\frac{3}{2}} 4; \text{б) } 1$	8	a) $1; \log_{\frac{5}{3}} 6; \text{б) } 1; \log_{\frac{5}{3}} 6$
2	a) $-2; \log_{\frac{7}{2}} 4; \text{б) } -2$	9	a) $2 - \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2}; \text{б) } 2 - \sqrt{2}$
3	a) $-3,2; \text{б) } 2$	10	a) $1 - \sqrt{5}; 1 + \sqrt{5}; \text{б) } 1 + \sqrt{5}$
4	a) $-2; 1; \text{б) } -2$	11	a) $-5; 0; \text{б) } 0$
5	a) $-2; \log_2 2,5; \text{б) } \log_2 2,5$	12	a) $-3; 0; \text{б) } -3$
6	a) $-1; \log_5 1,5; \text{б) } \log_5 1,5$	13	a) $-\sqrt{3}; -\sqrt{2}; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \text{б) } -\sqrt{3}; -\sqrt{2}$
7	a) $1; \log_{\frac{7}{5}} 2; \text{б) } 1$	14	a) $-\sqrt{2}; -1; 1; \sqrt{2}; \text{б) } -\sqrt{2}; -1$

СТЕРЕОМЕТРИЯ

1	2	3	4	5
б) $\arccos \frac{1}{\sqrt{15}}$	б) $\operatorname{arctg} \frac{37}{20}$	б) $\operatorname{arctg} 2$	б) $\operatorname{arctg} 3$	б) $\operatorname{arctg} 1,75$
6	7	8	9	10
б) $\frac{7\sqrt{93}}{16}$	б) $\frac{9\sqrt{93}}{14}$	б) $\frac{3\sqrt{93}}{5}$	б) 156	б) 210
11	12	13	14	15
б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	б) $\operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{2}}{3}$	б) $\arcsin \frac{\sqrt{69}}{9\sqrt{2}}$	б) $\frac{80\sqrt{3}}{3}$	б) $\operatorname{arctg} \frac{5}{24}$
16	17	18	19	20
б) 30°	б) $\arccos \frac{14}{55}$	б) $6\pi\sqrt{17}$	б) $8\pi\sqrt{10}$	б) $36 + 36\sqrt{31}$
21	22	23	24	25
б) 120	б) 24	б) $\operatorname{arctg} \sqrt{2}$	б) $\operatorname{arctg} \frac{3}{2}$	б) $\operatorname{arctg} 2$
26	27	28	29	30
б) 400π	б) $\frac{73}{22}$	б) 1	б) $\frac{23}{11}$	б) $\frac{47}{2}$

НЕРАВЕНСТВА

Дробно-рациональные неравенства

1	$(+\infty; -8); (-6; -4); (-4; +\infty)$	7	$x \in \left[-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right), \left[\frac{1}{2}; 1\right], (2; +\infty)$
2	$(0; 3); (3; 9)$	8	$(-1; 0] \cup [1; 2]$
3	$(7; 8); [9; 11)$	9	$(-2; -1] \cup [3; 4]$
4	$(-\infty; 0); (1; 3); (4; +\infty)$	10	$(-\infty; -1]; (0; 1]$
5	$(-\infty; 0); (1; 2); (3; +\infty)$	11	$(-\infty; -2]; (0; 2]$
6	$x \in (-\infty; -2), [-1; 1), (1; +\infty)$	12	$(-\infty; -4) \cup (-4; -3) \cup (-3; -2) \cup \{-1\} \cup [0; +\infty)$
		13	$(-4; -3) \cup \{-2,5\} \cup (-2; -1)$

Показательные и логарифмические неравенства

1	2	3
$[0; \log_2 6]$	$\left[\frac{2 - \log_5 6}{3}; \frac{2}{3}\right]$	$\left[\frac{5}{2}; \frac{5}{2} + \frac{\log_2 3}{2}\right]$
4	5	6
$(-\infty; 4]; [3 + \log_2 125; +\infty)$	$(0; +\infty)$	$[\log_5 4; 3]$
7	8	9
$[\log_4 3; 3]$	$[\log_3 8; 3]$	$[-1; 1); (1; 3]$
10	11	12
$[-5; 3); (3; 5]$	$(-\infty; -4 - \log_5 6); (-1; +\infty)$	$(1; 2); [5; 6); (6; 7]$
13	14	15
$(2; 3); (3; 4); [6; 7)$	$(0; 1); (2; 3)$	$(1; 2)$
16	17	18
$(5; 6); (6; 7); [8; 9)$	$(-7; -6]; (\sqrt{17} - 1; \sqrt{17})$	$(3; 9]$
19	20	21
$(-4; 2]$	$(-9; -3)$	$[\sqrt{6}; +\infty)$
22	23	24
$[2\sqrt{6}; +\infty)$	$\left[\frac{2\sqrt{6} - 1}{3}; +\infty\right)$	$\left[\frac{2\sqrt{6}}{3}; +\infty\right)$
25	26	27
$[-6; -2); (3; 12]$	$(-\infty; -2] \cup \left[-\frac{3}{2}; -\sqrt{2}\right) \cup \left[\sqrt{2}; \frac{3}{2}\right] \cup [2; +\infty)$	$-5; 5$

ПЛАНИМЕТРИЯ

1	2	3	4	5	6
б) $\sqrt{11}$	б) 1125	б) 2,4	б) 7	б) $2\sqrt{6}$	б) 5 : 9
7	8	9	10	11	12
б) $2\sqrt{41}$	б) 3,2	б) $2\sqrt{85}$	б) $\frac{55}{7}$	б) $3\sqrt{3}$	б) 500
13	14	15	16	17	18
б) $\frac{30}{13}$	б) 5	б) $3\sqrt{2}$	б) 13 : 25	б) $\sqrt{313}$	б) $\frac{432}{13}$
19	20	21	22	23	24
б) 20	б) $\frac{39}{7}$	б) $2\sqrt{38}$	б) 845	б) $\frac{90}{17}$	б) 3
25	26	27	28	29	30
б) $4\sqrt{2}$	б) 29 : 49	б) $\sqrt{194}$	б) $\frac{2000}{29}$	б) $5\sqrt{13}$	б) $\frac{33}{2}$

ИССЛЕДОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ
(задачи с параметром)

1	2
$a < 5$	$a \leq -3$
3	4
$a > -\frac{9}{40}$	$a < \frac{1}{12}$
5	6
$a < \frac{16}{5}$	$a > -\frac{9}{16}$
7	8
$a < \frac{1}{3}$	$0 < a < \frac{1}{8}$
9	10
$\frac{1}{2} < a < 4 + \sqrt{6}$	$\frac{1}{6} < a < 4 + \sqrt{14}$

11	12
$\frac{3-\sqrt{29}}{2} < a < \frac{3+\sqrt{29}}{2}$	$a < -1,5$
13	14
$a = 0, a = \frac{14+2\sqrt{13}}{9}$	$a = -5; 10-5\sqrt{3} \leq a \leq 10+5\sqrt{3}$
15	16
$\frac{7-\sqrt{37}}{2} \leq a \leq \frac{7+\sqrt{37}}{2}$	$6-\sqrt{21} \leq a \leq 6+\sqrt{21}$
17	18
$\frac{-7-\sqrt{41}}{2} \leq a \leq \frac{-7+\sqrt{41}}{2}; \frac{11-\sqrt{113}}{2} \leq a \leq \frac{11+\sqrt{113}}{2}$	$a = 2$
19	20
$4-\sqrt{10} \leq a \leq 4+\sqrt{10}$	$3 \leq a \leq 4$
21	22
3	$\frac{4}{5} \leq a \leq 4$
23	24
$\frac{9}{10} \leq a \leq 9$	$-7 \leq a \leq -\frac{31}{16}$
25	26
$\frac{31}{8} \leq a \leq 7$	$a = 0$
27	28
$a = -1$	$-\frac{11}{2} \leq a \leq -\frac{7}{4}$
29	30
$-22,5 \leq a < -19; a > -19$	1,8; 2

**ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ
С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ**

1	2	3
9	2 296 350 рублей	10
4	5	6
7 490 000 рублей	20	711 000 рублей
7	8	9
1 166 250 рублей	717 000 рублей	888 750 рублей
10	11	12
1 800 000 рублей	3 000 000 рублей	396 000 рублей
13	14	15
378 000 рублей	3	2
16	17	18
133	9	5
19	20	21
27 000 000 рублей	65 000 000 рублей	400
22	23	24
300	4200	800
25	26	27
600	660	1500
28	29	30
63 000 рублей	86 000 рублей	2003

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ

1	а) да; г) например, 1, 251, ... 7751
2	а) да; г) например, 1, 126, ... 8876
3	а) да, например 997, 995, 993, 991, 989, 987, 985, 983, 981, 979. г) например, 99998, 99873, ..., 91123 (разность — 125)
4	а) да, например 998, 995, 992, 989, 986, 983. г) например, 99998, 99748, ..., 92248 (разность — 250)
5	а) 6; б) 5001; в) 5057
6	а) 4; б) 4999; в) 5056
7	а) да; б) нет
8	а) нет; б) нет; в) да

9	а) нет; б) нет; в) да
10	а) нет; б) да; в) 477
11	а) нет; б) да; в) 1329
12	а) нет; б) да; в) 679
13	а) да; б) нет; в) да; г) да
14	$m = n = 1$
15	а) да; б) да; в) {2,3,12,12}, {2,4,8,8}, {2,5,5,10}, {2,6,6,6}, {3,3,4,12}, {3,3,6,6}, {3,4,4,6}, {4,4,4,4}
16	а) да; б) да; в) {2,3,12,12}, {2,4,8,8}, {2,5,5,10}, {3,3,4,12}, {3,4,4,6}
17	а) да; б) да; в) нет
18	а) да; б) да; в) нет
19	а) да; б) да; в) нет
20	а) да; б) да; в) нет
21	а) да; б) нет; 18,5
22	а) нет; б) нет; в) 4
23	а) нет; б) нет; в) 4
24	а) нет; б) нет; в) 4
25	а) нет; б) нет; в) 4
26	а) 108; б) да, 198; в) 32616, 48924
27	6, 42, 1806
28	а) да; б) 11; в) $\frac{30}{61}$
29	а) да; б) 11; в) $\frac{6}{13}$

Серия «ЕГЭ. Большой сборник тематических заданий»

МАТЕМАТИКА
Большой сборник
тематических заданий для подготовки
к единому государственному экзамену

Профильный уровень

Коллектив авторов

Общая редакция
Иван Валериевич Яценко

Редакция «Образовательные проекты»

Ответственный редактор *Н. Шармай*
Технический редактор *Г. Этманова*
Компьютерная верстка *Е. Коптевой, Г. Сениной*

Подписано в печать 18.10.2017. Формат 60×84 ¹/₈
Усл. печ. л. 18,6. Тираж 5000 экз. Заказ №Э-2699.
Отпечатано в типографии ООО «Комбинат программных средств»
420044, РТ, г. Казань, пр. Ямашева, д. 36Б.

Общероссийский классификатор продукции ОК-005-93, том 2;
953005 — литература учебная

ООО «Издательство АСТ»
129085, г. Москва, Звёздный бульвар, д. 21, стр. 1, комн. 39
Наш электронный адрес: www.ast.ru; e-mail: stelliferovskiy@ast.ru

По вопросам приобретения книг обращаться по адресу:
123317, г. Москва, Пресненская наб., д. 6, стр. 2,
Деловой комплекс «Империya», а/я № 5